

INTRODUCCION AL PROCESAMIENTO DISCRETO DE SEÑALES

M. en C. Miguel Lindig Bos

I. INTRODUCCION.

El procesamiento digital de señales constituye un campo de creciente importancia en la aplicación de la electrónica. La potencialidad de esta herramienta ha recibido una espectacular confirmación en la calidad de las imágenes del planeta Marte y, recientemente, de Júpiter, transmitidas por sondas espaciales. Entre las aplicaciones del procesamiento digital de señales se encuentran campos tan diversos como: Análisis de información sísmica, control de vibración en motores, análisis de estructuras, filtrado de señales de radar, etc. El análisis espectral ha recibido creciente atención como herramienta de investigación y como medio de control a partir de la disponibilidad de procesadores dedicados, capaces de operar en tiempo real. Una prueba más de la creciente importancia de este campo lo constituye el crecimiento de las comunicaciones en forma digital, que actualmente ya incluye la telefonía y televisión, esta última en forma experimental. En particular en medicina, el análisis espectral es una herramienta importante en técnicas tales como electroencefalografía. Técnicas basadas en el filtrado digital y procesamiento no lineal se aplican a imágenes de rayos X y ultrasonido. El filtrado digital de señales cuasi-periódicas (electrocardiografía, fonocardiografía, etc.) es tecnológicamente realizable y cada vez más económicamente factible. Es previsible que la búsqueda continua de métodos de diagnóstico más poderosos tendrá que resultar en una aplicación creciente del procesamiento digital de señales.

El procesamiento digital de señales constituye un claro ejemplo de la interdependencia científico-tecnológica. Jean-Baptiste-Joseph-Fourier (1768-1830) creó las bases del análisis armónico con su Teoría Analítica del Calor (*Theorie analytique de la chaleur*), presentada en 1807. La teoría matemática del análisis espectral nace, pues, a principios del siglo XIX. Sin embargo, 140 años después hubo afirmaciones en el sentido de que el filtrado utilizando filtros del tipo no-recursivos, nunca habría de sobrepasar el nivel de curiosidad matemática debido a la gran cantidad de cálculos involucrados en el proceso. Actualmente, este tipo de filtros se han realizado en forma de circuitos integrados. Los desarrollos, tal vez, clave que hicieron posible el surgimiento en aplicaciones prácticas del procesamiento digital de señales fueron, por una parte, el descubrimiento de un algoritmo altamente eficiente para calcular la transformada discreta de Fourier por J.W. Tuckey y J.W. Cooley (1) y, por otra, el desarrollo de unidades aritméticas que satisfacen las características de velocidad requeridas en el procesamiento en tiempo real, basadas en circuitos integrados digitales, cada vez funcionalmente más completos y rápidos.

Actualmente, el desarrollo y construcción de procesadores dedicados a alguna forma de procesamiento digital de señales es eminentemente factible al nivel de un laboratorio de electrónica de enseñanza superior.

II. BASES TEORICAS DEL PROCESAMIENTO DISCRETO.

1. Teorema de Muestreo.

Un procesador digital (ya sea una computadora de propósito general o un procesador dedicado a un propósito específico) opera sobre una secuencia de números de acuerdo con algún algoritmo y presenta, como resultado, otra secuencia de números. Si se desea procesar una señal continua en el tiempo por medio de un procesador digital, es evidente que se requiere de algún mecanismo que muestree la señal original, esto es, se requiere una representación de la misma en base a un conjunto finito de números por unidad de tiempo. Cada muestra de la señal original es numéricamente igual al valor de ésta en los instantes de muestreo:

$$x(t) \Big|_{t=nT} = \{x_{nT}\} \quad (1)$$

donde $x(t)$ es la señal original y el conjunto de valores $\{x_{nT}\}$ constituye la señal muestreada (señal discreta); T es el intervalo entre muestras y n es el número de la muestra en orden creciente, con el tiempo.

El proceso de muestreo puede representarse por medio del esquema mostrado en la Fig. 1.

En esta figura $\mu | (n-m)T |$ representa un impulso (una señal de cero duración y peso unitario) definido únicamente para el instante $t=(n-m)T$ ($m, n = \text{enteros}$). Esta representación es claramente una idealización no realizable físicamente pues involucra señales de duración cero. En la práctica se logra un efecto similar al descrito mediante un circuito muestreador-retenedor, que puede representarse esquemáticamente con un simple circuito R-C y un interruptor: (Fig. 2)

Aquí el interruptor I se cierra periódicamente con período T un tiempo de segundos. Así, durante este tiempo δ , el voltaje en el condensador tratará de seguir el valor de $x(t)$ con una constante de tiempo RC, donde R representa la resistencia del interruptor y del alambreado. Al final del tiempo δ , $V_C(t)$ será una aproximación al valor $x(t)$ para $t=nT + \delta$ (2). Durante el tiempo entre muestras, el voltaje en el condensador permanece cons-

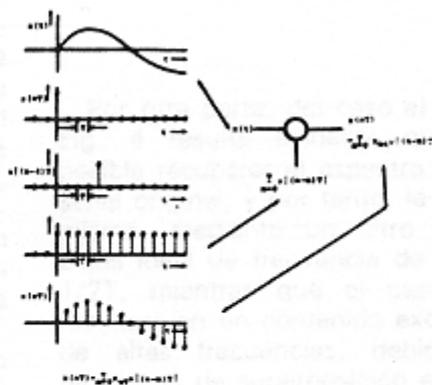


Fig. 1 Muestreo de una señal continua por un tren de impulsos

tante (si se desprecian fugas en el dieléctrico) y representa el valor de la señal para su procesamiento subsecuente.

Volvamos ahora a la representación de una señal continua en base a una señal discreta (en el tiempo):

$$x(t) = \sum_{m=0}^{\infty} x_{mT} u \{ (n-m)T \} \\ = x(nT)$$

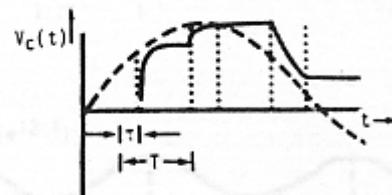
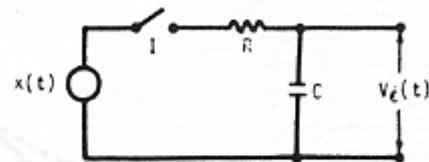


Fig. 2 Un circuito muestreador-retenedor

Aquí hemos supuesto implícitamente que la señal $x(t)$ es causal, esto es, idénticamente cero para valores de t menores a cero. ¿Qué tan "cierta" es esta representación? Esto es, ¿qué tanta información se pierde de la señal original al someterla a un proceso de muestreo? La respuesta a esta pregunta la da el Teorema del Muestreo, que puede escribirse como sigue:

"Sea $x(t)$ una señal limitada en banda conteniendo frecuencias iguales o menores a $1/2T$ Hz. Entonces, es posible reconstruir la señal original a partir de sus muestras, tomadas cada T segundos, haciendo pasar la señal discreta por un filtro pasabajos ideal de frecuencia de corte $1/2T$ " (véase el apéndice I).

Dicho de otra manera, la señal discreta posee toda la información de la señal original si ésta no contiene frecuencias mayores a $1/2T$ Hz, donde T es el intervalo entre muestras.

El Teorema de Muestreo, dado en la forma anterior, no es aplicable estrictamente en la práctica. Por

otra parte, no existe físicamente una señal limitada en banda. Se puede demostrar que, para que una señal cualquiera posea esta característica, es condición necesaria que sea de duración infinita. Así, considérese el caso de una senoide de duración infinita: (Fig. 3).

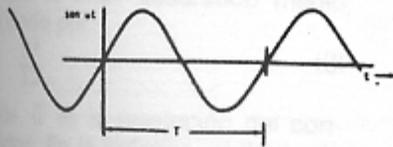


Fig. 3 Una senoide de duración infinita

Si se toman muestras en el instante en que la senoide cruza el eje de las t 's, todas las muestras valdrán cero. Evidentemente, en este caso no es posible reconstruir la senoide original a partir de esas muestras, a pesar de que fueron tomadas al doble de la frecuencia (máxima y única) de la senoide.

Una interpretación práctica del Teorema de Muestreo sería el considerar que el intervalo T entre muestras debe corresponder a una frecuencia de muestreo de más del doble de la frecuencia más alta contenida, de manera significativa, en la señal original (el término "significativo" implica tanto un error en la representación resultante como un juicio que, muchas veces, se efectúa de manera arbitraria).

Es ilustrativo visualizar el efecto del muestreo de manera gráfica. El espectro de frecuencias de una señal muestreada es una versión periódica del espectro de la señal original (véase el apéndice II), con período $1/T$, donde T es el intervalo entre muestras. La figura 4 representa dos casos: uno, en el cual el espectro de la señal original está limitado a frecuencias menores a $1/2T$ Hz, y otro, en el cual la señal original contiene frecuencias superiores a este valor. En el segundo caso, se observa que espectros adyacentes se superponen, dando origen a un error que en inglés se

conoce por *aliasing* (este término proviene de la palabra "alias" o alguien que adopta una personalidad o nombre que no es el propio).

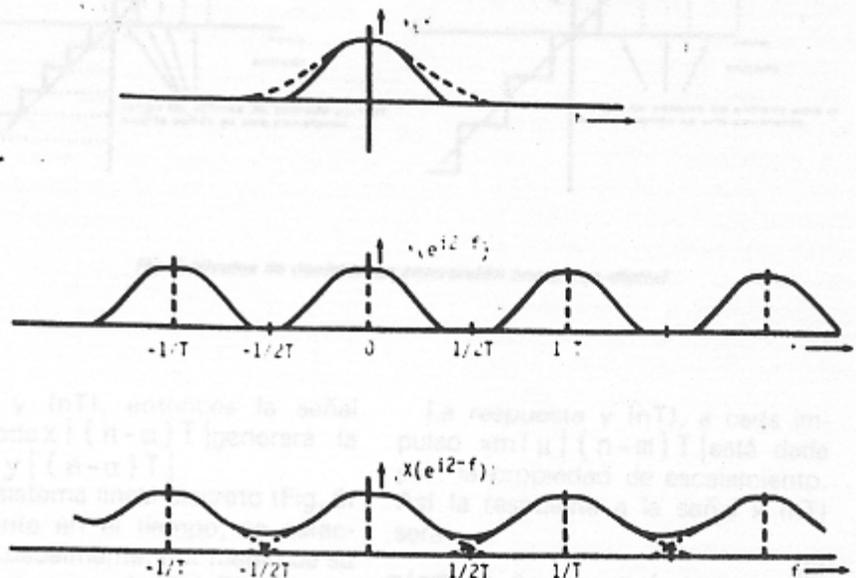


Fig. 4 El espectro de una señal muestreada.

Por otra parte, del caso a) de la Fig. 4 resulta evidente que es posible recuperar el espectro de la señal original, y por tanto, la señal misma, mediante un filtro pasabajos ideal de frecuencia de corte $1/2T$, mientras que el caso b), resultará en un contenido excesivo de altas frecuencias, debido al fenómeno de superposición espectral antes mencionado.

2. Conversión analógico-digital.

La señal discreta obtenida por el muestreo de una señal continua está constituida por un conjunto de muestras cuya amplitud puede tomar un continuo de valores. Un procesador digital, sin embargo, opera sobre números de precisión finita (ésto es, la cantidad de valores distintos de que se dispone para representar la amplitud de una

señal es finita). Debido a este hecho, en lo sucesivo se entenderá por señal digital aquella que es discreta tanto en el tiempo como en la amplitud. Al dispositivo físico que genera esta señal discreta (en amplitud) en base a algún sistema numérico se le conoce como convertidor analógico-digital. La imposibilidad de representar, con un número finito de cifras, una señal de resolución infinita, genera el llamado error de cuantificación, que siempre estará asociado a un sistema de procesamiento digital. Existen, en principio, dos formas de decidir a qué valor discreto corresponde un cierto valor de la señal de entrada: (Fig. 5).

En la Fig. 5a) el nivel de salida corresponderá al límite superior del intervalo de cuantificación para señales de entrada comprendidas dentro de ese intervalo (por ejemplo, una señal de 0,43501 volts es-

tará representada por el valor 0,436, si la resolución del convertidor es de 0,001 volts), mientras que en 5b) la salida está referida al valor medio de este intervalo.

Es claro que b) constituye una mejor opción, puesto que a) genera un error sistemático: la salida es siempre mayor que la entrada.

Para el caso b), se puede probar (3) que el error cuadrático medio está dado por:

$$\epsilon = \frac{\delta^2}{12} \quad (3)$$

donde δ es la resolución del convertidor. En la práctica, el límite de resolución requerido estará dado generalmente, por el nivel de ruido que posea la señal a procesar.

3. Procesamiento

El conjunto muestreador-retenedor (Fig. 2) y convertidor analógico-digital (Fig. 5) constituyen el medio de conectar una señal continua a un procesador digital, ya sea un procesador dedicado a una tarea específica o una computadora de propósito general. Este procesamiento puede poseer características lineales o no-lineales, en el sentido de que el procesamiento respete, o no, las propiedades de superposición y escalamiento (4). Esta discusión se limitará al procesamiento lineal de señales, caracterizado por las propiedades antes mencionadas.

Para aclarar los conceptos de superposición y escalamiento, supóngase un sistema de procesamiento como el mostrado en la Fig. 6.

1.- El sistema de procesamiento cumplirá con la propiedad de superposición si, dado que a una señal de entrada $x_1(nT)$ corresponde una salida $y_1(nT)$ y a una señal de entrada $x_2(nT)$ corresponde una salida $y_2(nT)$, a la suma de las señales de entrada $x_1(nT) + x_2(nT)$ corresponde la suma de las salidas $y_1(nT) + y_2(nT)$.

2.- El sistema cumplirá con la propiedad de escalamiento si, dado que a una entrada $x(nT)$ corresponde una salida $y(nT)$, a la entrada $ax(nT)$ corresponde la salida $ay(nT)$, donde "a" es una constante real.

Se supondrá además, que el sistema es invariante en el tiempo, esto es, si la señal $x(nT)$ genera la

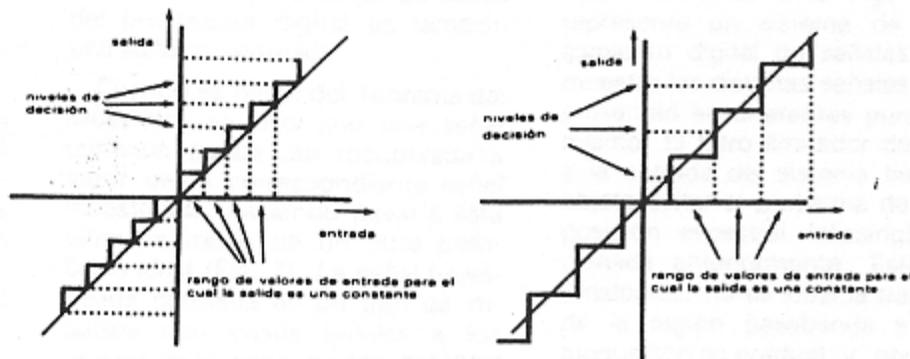


Fig. 5 Niveles de decisión en conversión analógico-digital

salida $y(nT)$, entonces la señal retardada $x|(n-\alpha)T|$ generará la salida $y|(n-\alpha)T|$.

Un sistema lineal discreto (Fig. 6) invariante en el tiempo, se caracteriza, usualmente, por medio de su respuesta a impulso $h(nT)$, esto es, con la secuencia de salida cuando la entrada es un impulso:

$$y(nT) = h(nT) | x(nT) = u(nT) \quad (4)$$

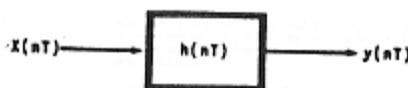


Fig. 6 Sistema lineal discreto invariante en el tiempo

El problema consiste, pues, en encontrar la salida $y(nT)$ para una señal arbitraria de entrada, $x(nT)$, como función de la respuesta a impulso $h(nT)$ del sistema. Usando las propiedades de escalamiento y superposición del sistema lineal, la respuesta al problema resulta de manera inmediata. Considérese la representación de la señal discreta dada por la ec. (2):

La respuesta $y(nT)$, a cada impulso $x_m T \delta | (n-m)T |$ está dada por: la propiedad de escalamiento. Así la respuesta a la señal $x(nT)$ será:

$$y(nT) = \sum_{m=0}^{\infty} x_m T h | (n-m)T | \quad (5)$$

donde se utilizó la propiedad de superposición. Con un simple cambio de variable, la ecuación anterior toma la forma

$$Y(nT) = \sum_{m=0}^{\infty} h_m T x | (n-m)T | \quad (6)$$

las expresiones (5) y (6) expresan la salida de un sistema lineal discreto, en términos de la llamada suma de convolución de la señal de entrada con la respuesta a impulso del sistema. La utilidad de esta caracterización radica no sólo en la sencillez matemática de las expresiones, sino en el hecho de que la respuesta a impulso de un sistema discreto es eminentemente susceptible de verificarse experimentalmente. Un dato de mayor interés práctico es, quizás, la respuesta a la frecuencia de un sistema discreto, es decir, a las señales de tipo senoidal. Haciendo

$$x(nT) = e^{j\omega nT} \quad (7)$$

$$= \cos(\omega nT) + j \text{sen}(\omega nT)$$

(donde se ha utilizado la identidad Euler), podemos obtener la respuesta del sistema a esta señal a partir de la ec. (6):

$$y(nT) | x(nT) = e^{j\omega nT} \quad (8)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} h_m T e^{j\omega(n-m)T}$$

$$= e^{j\omega nT} \sum_{m=0}^{\infty} h_m T e^{-j\omega mT}$$

$$\frac{y(nT)}{x(nT)} \Big|_{x(nT)=e^{j\omega nT}} \quad (9)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} h_{mT} e^{-j\omega mT} = H(e^{j\omega})$$

donde $H(e^{j\omega})$ es, por definición, la respuesta a la frecuencia del sistema.

Conviene aclarar que $H(e^{j\omega})$ es una función periódica en ω con periodo 2π (véase la ec. 7).

$$e^{j\omega nT} = e^{j\omega(n+K)T} \quad (9')$$

donde K es un entero.

Por otro lado, la sumatoria es una serie de Fourier, ésto es, la expresión $m=0$

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{m=0}^{\infty} h_{mT} e^{-j\omega mT} \quad (10)$$

constituye una serie exponencial de Fourier donde los valores h_{mT} de la respuesta a impulso son los coeficientes de la serie. De la teoría de las series de Fourier (5) se desprende que la respuesta a impulso puede obtenerse a partir de la relación:

$$h_{mT} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) e^{j\omega mT} d\omega \quad (11)$$

El teorema de muestreo en combinación con las expresiones (5), (6), (10) y (11) constituye la base del procesamiento digital de señales continuas en el tiempo por medio de un sistema discreto especificado por su respuesta a la frecuencia $H(e^{j\omega})$. La expresión (11) relaciona esta respuesta a la frecuencia con la respuesta a impulso que deberá tener el sistema discreto y las relaciones (5) y (6) relacionan la salida del sistema discreto con un algoritmo que hay que efectuar sobre la señal de entrada: la convolución de ésta con la respuesta a impulso. Dicho de otra manera, un sistema de procesamiento discreto puede visualizarse como un dispositivo que realiza la suma de convolución.

4. Reconstrucción de una señal continua a partir de la secuencia procesada.

La salida del procesador digital es un conjunto de números que representa el resultado de la operación de convolución entre la señal de entrada y la respuesta a impulso del procesador. Se dispone, así de un número por cada

$$\sum_{m=0}^{\infty} h_{mT} e^{j\omega(n-m)T}$$

valor de muestra de la señal de entrada. Es decir, la señal de salida del procesador digital es también una señal muestreada.

Cuando se habló del Teorema del Muestreo, se dijo que una señal continua puede ser recuperada a partir de la correspondiente señal muestreada, haciendo pasar a esta última a través de un filtro pasabajos ideal (Fig. 7). La señal muestreada consistía en un tren de impulsos con pasos iguales a los valores de la señal en los instantes de muestreo.

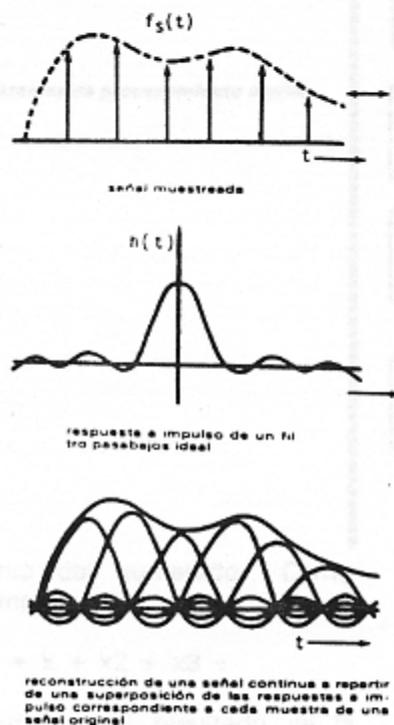


Fig. 7 Reconstrucción de una señal continua por efectos de un filtro pasabajos ideal

En las aplicaciones prácticas, para reconstruir la señal continua se utiliza un dispositivo denominado Convertidor Digital-Analógico (Fig. 8). Este convierte el valor de la muestra en la señal de salida en un voltaje (o corriente) cuya magnitud es proporcional a dicho valor y que se mantiene constante durante el intervalo entre muestras sucesivas. El Convertidor Digital-Analógico introduce, pues, un efecto retenedor que altera el espectro de la señal muestreada. El error así introducido, así como el error inherente a la imposibilidad de realizar un filtro pasabajos ideal, se discutirán con más detalle en la segunda parte de este trabajo.

Para resumir lo antes expuesto, nos referiremos a la Fig. 9, que representa un sistema de procesamiento digital de señales y que muestra las distintas señales que se presentan en diferentes puntos del mismo. El filtro limitador de banda a la entrada del sistema tiene por objeto evitar el problema de superposición espectral (aliasing) mencionada anteriormente. Este filtro (analógico) no es ideal: la transición de la región pasabanda a la de atenuación es gradual, y, por tanto, la máxima frecuencia contenida en la señal de entrada que el sistema podrá procesar es considerablemente menor al límite superior establecido en el Teorema de Muestreo ($1/2 f_s$ donde f_s es la frecuencia de muestreo). Un límite práctico establece la máxima frecuencia que el sistema es capaz de procesar como una sexta parte de la frecuencia de muestreo.

El circuito muestreador, así como el Convertidor Analógico-Digital, ya fueron mencionados anteriormente. El sistema de procesamiento propiamente dicho está representado en la figura por un filtro pasabanda ideal. En el siguiente punto lo analizaremos con más detalle. Por último, el Convertidor Digital-Analógico convierte los números procedentes del procesador en una señal escalonada que es filtrada por un filtro pasabajos de salida.

III. APLICACION: FILTRADO DIGITAL.

1. Introducción

Supongamos que se desea realizar un sistema digital caracterizado por su respuesta a la frecuencia $H(e^{j\omega})$ especificada arbitrariamente. Anteriormente se mencionó que esta respuesta a la frecuencia corresponde de manera unívoca a una respuesta a impulso, $h(nT)$, cuyos valores pueden obtenerse a partir de la ecuación (11):

$$h_{nT} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) e^{j\omega nT} d\omega \quad (12)$$

Usualmente, los valores h_{nT} obtenidos a partir de esta ecuación están definidos por toda n , esto es, $h(nT)$ constituye una secuencia de longitud infinita. Si consideramos

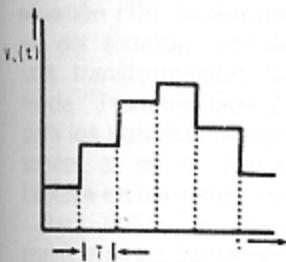
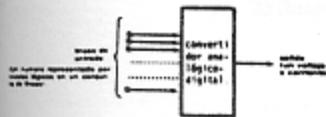


Fig. 8 Conversión digital-analógica

nuevamente la suma de convolución

$$y(nT) = \sum_{m=0}^N h_{mT} x \{ (n-m)T \} \quad (13)$$

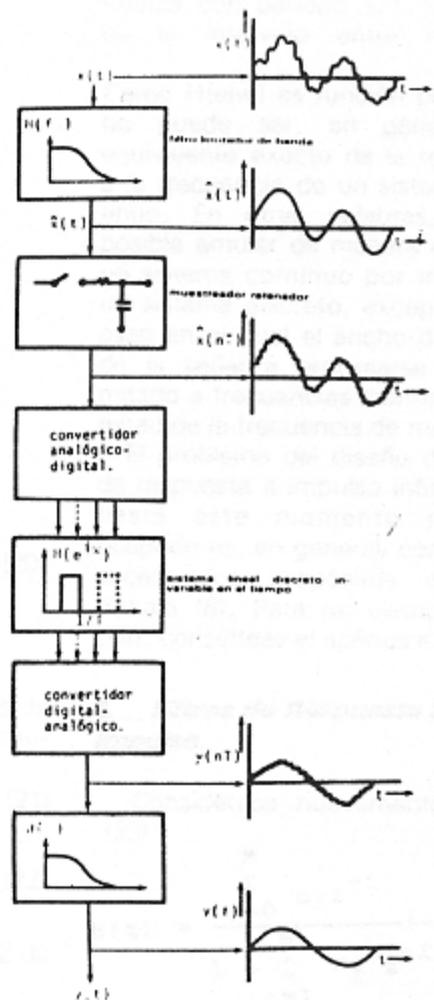
se observa que si $N \rightarrow \infty$, cada valor (muestra) de la secuencia de salida requiere para su evaluación del cálculo de una sumatoria infinita. Por otra parte, el sistema debe poder "recordar" un número infinito de muestras previas a la actual de la señal de entrada. Evidentemente, lo anterior no es físicamente realizable.

Se presenta, en principio, una alternativa:

1) Se corta o trunca la secuencia $h(nT)$ después de un cierto número de términos. Los filtros así definidos son los llamados "filtros de respuesta a impulso finita", que poseen características muy interesantes, que se discutirán más adelante.

2) Se expresa la respuesta a impulso infinita como el cociente entre dos polinomios de un número finito de términos, donde el orden del polinomio del denominador habrá de ser mayor que el del

Fig. 9 Sistemas de procesamiento digital



polinomio del numerador. Como por ejemplo:

$$1 = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

Claramente, el resultado de la división es una secuencia infinita.

2. Filtros de Respuesta a Impulso Infinita.

Trataremos, a continuación, de analizar la segunda opción del inciso anterior, estableciendo el significado de los dos polinomios, en relación al sistema discreto caracterizado por su respuesta a impulso $h(nT)$.

De la teoría de los sistemas discretos lineales, invariantes en el tiempo, se desprende que éstos son susceptibles de representarse por medio de ecuaciones lineales de diferencias finitas con coeficientes constantes (4), de la forma:

$$\begin{aligned} a_N y(n-N) + a_{N-1} y(n-N+1) + \dots \\ + a_1 y(n-1) + a_0 y(n) \\ = b_M x(n-M+1) + \dots + b_1 x(n-1) \\ + b_0 x(n) \end{aligned} \quad (14)$$

Donde se uso $T=1$ por simplicidad.

La ecuación anterior puede escribirse en forma compacta como: (haciendo a_0 igual a 1).

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-i) - \sum_{i=0}^N a_i y(n-i) \quad (15)$$

Esto es, la muestra de salida correspondiente al instante actual es función del valor de la muestra de entrada en ese mismo instante de M muestras previas de la señal de entrada, así como de $N-1$ muestras previas de la señal de salida.

Si tomamos en cuenta que x_{n-i} es una muestra de la señal de entrada retardada con respecto a la muestra x_{n_0} iT unidades de tiempo, donde T es el intervalo entre muestras (Fig. 10), entonces la ecuación (15) puede representarse de manera directa como en la Fig. 11. Conviene alcarar que la estructura ahí mostrada no es única, y que existe una gran variedad de realizaciones alternativas cuya discusión excede los propósitos de este trabajo (6, 7, 8).

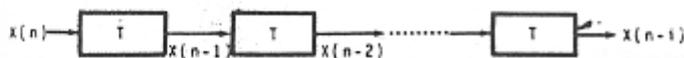


Fig. 10 Representación de un retardo de T unidades de tiempo

Para obtener, a partir de la ecuación (15), la respuesta a impulso del sistema, conviene definir una transformación lineal, la llamada "Transformada Z", que juega para los sistemas discretos un papel similar al de la Transformada de Laplace en los sistemas continuos.

Para definir la Transformada Z consideramos inicialmente la Transformada de Laplace de una señal continua muestreada por un tren de impulsos separados por intervalos constantes de duración T. Esto es,

$$f^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_{nT} \delta(t-nT) \quad (16)$$

$$= f(nT)$$

Entonces, la Transformada de Laplace de (16) está dada por:

$$L\{f^*(t)\} = F^*(s) \quad (17)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} f_{nT} e^{-nTs}$$

Haciendo $z = e^{Ts}$ se obtiene la definición de la transformada Z para una señal causal, como:

$$Z\{f(nT)\} = \sum_{n=0}^{\infty} f_{nT} z^{-n} \quad (18)$$

Las propiedades de la Transformada Z son análogas a las propiedades de la Transformada de Laplace. Para una discusión de algunas de estas propiedades consúltese el Apéndice III.

Si se aplica la Transformada Z a la ecuación de diferencias finitas (15) se obtiene:

$$Y(z) = \left\{ \sum_{i=0}^M b_i z^{-i} \right\} X(z) \quad (19)$$

$$- \left\{ \sum_{i=1}^N a_i z^{-i} \right\} Y(z)$$

donde Y(z) y X(z) son las transformadas Z y de y(n) y x(n), respectivamente. Despejando a Y(z) de la

ecuación (19) resulta:

$$Y(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}} X(z) \quad (20)$$

Por otra parte, si aplicamos la Transformada Z a la suma de convolución:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h_m x(n-m) \quad (21)$$

resulta:

$$Y(z) = H(z) X(z) \quad (22)$$

donde H(z) es la Transformada Z de la respuesta a impulso h(n).

Comparando las ecuaciones (20) y (22) se observa que:

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}} \quad (23)$$

la ecuación (23) establece la relación buscada entre la respuesta a impulso h(n) y una descripción realizable de la misma en términos de un cociente de dos polinomios de orden finito.

Resumiendo, dada una respuesta a la frecuencia deseada, se obtiene la respuesta a impulso correspondiente por medio de la ecuación (12). La Transformada Z de h(n) se expresa en términos de un cociente de polinomios, cuyos coeficientes ai y bi son los coeficientes de la ecuación de diferencias finitas que describe el sistema buscado, del cual se muestra en la Fig. 11, una de las posibles realizaciones.

Hasta el momento se ha hablado de la obtención de un sistema discreto con una respuesta a la frecuencia H(eiw) dada. Recuérdese que H(eiw) es una función pe-

riódica con período 1/T, donde T es el intervalo entre muestras

Como H(eiw) es función periódica, no puede ser, en general, un equivalente exacto de la respuesta a la frecuencia de un sistema continuo. En otras palabras, no es posible emular de manera exacta a un sistema continuo por medio de un sistema discreto, excepto en el caso en el cual el ancho de banda de la señal a procesarse esté limitado a frecuencias menores de la mitad de la frecuencia de muestreo.

El problema del diseño de filtros de respuesta a impulso infinita que hasta este momento nos ha ocupado es, en general, complejo y excede los propósitos de este trabajo (8). Para un ejemplo sencillo, consúltese el apéndice IV.

3. Filtros de Respuesta Finita a Impulso.

Considérese nuevamente la ec. (23):

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}} \quad (24)$$

Si todas las ai, se hacen igual es a cero, H(z) se reduce a la expresión.

$$H(z) = \sum_{i=0}^M b_i z^{-i} \quad (25)$$

esto es, h(n) es finita (M+1) términos. De la expresión (25) se desprende que los coeficientes hn son, precisamente, los coeficientes bi de la ecuación de diferencias finitas, que entonces toma la forma:

$$y(n) = b_M x(n-M) + \dots + b_1 x(n-1) + b_0 x(n) \quad (26)$$

Una posible realización de la ecuación anterior se presenta en la Fig. (12),

donde se observa que la salida Y(n) depende exclusivamente de la muestra actual y de un número finito de muestras previas de la señal de entrada. Esto es, el sistema no es retroalimentado y, por lo tanto, absolutamente estable. Se puede demostrar (8) que si h(n) cumple la propiedad de simetría:

$$h(n) = h(N-1-n) \quad (27)$$

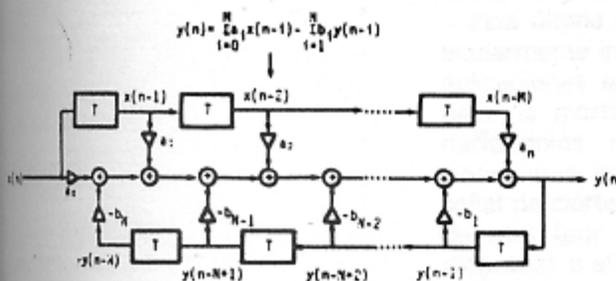
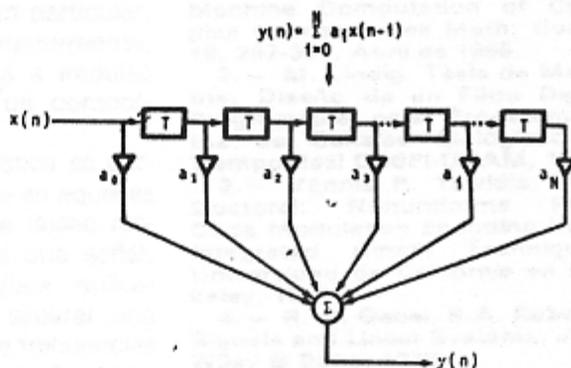


Fig. 11 Una forma de realizar la ecuación de diferencias (15)



Sea $x(n)=u(n)$, la secuencia impulso unitario.
Entonces, $y(n)=h(n)=\sum_{i=0}^N a_i u(n-i)$,
esto es, $(a_i)=\{h_i\}$

Fig. 12 Realización de un filtro de respuesta a impulso finita

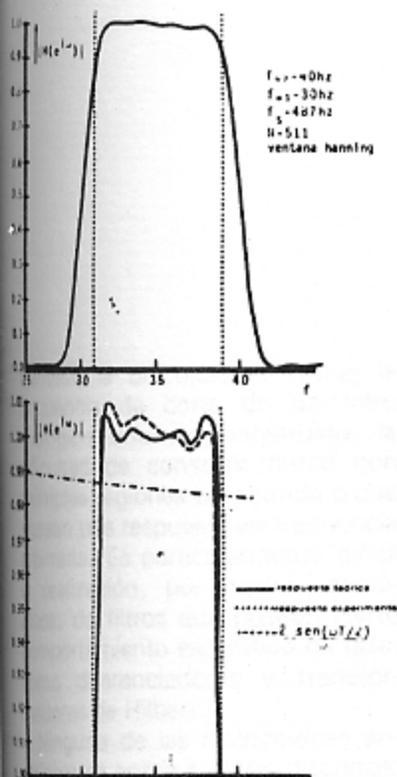


Fig. 13 Resultados experimentales de un filtro de respuesta a impulso finita

donde N es la cantidad de términos de $h(n)$, el sistema es de fase lineal, esto es, todas las componentes de frecuencia de la señal de entrada sufren el mismo retardo al pasar por el sistema, donde

$$\tau = \frac{N-1}{2} T \quad (28)$$

y T es el periodo entre muestras.

El diseño de filtros de respuesta finita a impulso presenta el problema inherente a la aproximación a una función dada con un número finito de términos. Existen técnicas de diseño, entre las cuales destacan, por su importancia, la de ventanas, muestreo en frecuencia y de optimización (Minimax) que permiten obtener, dentro de límites de precisión fijados de antemano, prácticamente cualquier respuesta a la frecuencia deseada (8). Para ejemplificar el comportamiento de un filtro de respuesta finita a impulso, consideremos la respuesta a la frecuencia de un sistema experimental, construido en el área de Ing. Biomédica de la U.A.M.- Iztapalapa, el cual, en el terreno continuo, equivaldría a la realización de una ecuación diferencial ordinaria,

lineal, de coeficientes constantes de orden 90, aproximadamente. (Fig. 13).

4. Comparación entre Filtros Digitales y Filtros Analógicos.

Trataremos ahora de responder a las siguientes preguntas: ¿Cuál es el atractivo de filtrar una señal continua por medio de un procesador discreto, siendo tan complejo el problema?, más aún, ¿cuál es la justificación de emplear un sistema discreto si se requiere de cualquier manera un filtro limitador en banda a la entrada como condición para poder utilizar el procesador discreto?. Las respuestas a estas preguntas no deben buscarse tanto en las ventajas del procesamiento discreto como en las desventajas de los filtros continuos.

Para comenzar, razones de índole práctica hacen que la construcción de un filtro analógico de orden superior a 7 sea muy difícil, debido a la precisión y estabilidad que se requiere en los componentes. En otras palabras, es muy difícil obtener altas pendientes de corte por medios analógicos. Tenemos además otros factores, como por

valores de componentes físicos. Pueden diseñarse filtros discretos con cualquier comportamiento de fase que se desee (dentro de ciertos límites de precisión). En particular, como se mencionó anteriormente, los filtros de respuesta a impulso finita pueden poseer un comportamiento de fase lineal.

Esta última característica es particularmente importante en aquellas aplicaciones en que se desee respetar la morfología de una señal, haciéndolos ideales para aplicaciones que impliquen separar una señal de cierta gama de frecuencias de otra (por ejemplo en fonocardiografía) o el estudio de una señal por rangos de frecuencias (por ejemplo en electroencefalografía).

IV. CONCLUSIONES DE LA PRIMERA PARTE

Se ha pretendido hacer una presentación muy somera de los conceptos esenciales del procesamiento discreto de señales. Como una aplicación específica se ha presentado un resumen de algunos aspectos del filtrado digital de señales. Lo anterior, más que constituir una introducción al tema, pretende motivar el estudio de un campo de potencialidad fascinante, particularmente en el campo de las aplicaciones biomédicas.

En el momento de escribir estas líneas se ha dado la noticia de la pronta disponibilidad de un microprocesador dedicado al procesamiento digital de señales, que permite incorporar funciones tales como filtrado, análisis espectral, etc., a virtualmente cualquier equipo por medio de un solo dispositivo (9).

En la segunda parte de este artículo (que aparecerá en el próximo número), se hablará un poco sobre análisis espectral y se presentará particularmente la Transformada Discreta de Fourier, discutiéndose además algunos aspectos prácticos de la realización de sistemas digitales dedicados al análisis de señales.

BIBLIOGRAFIA

1. — J.W. Tuckey, J.W. Cooley; An Algorithm for the Machine Computation of Complex Fourier Series Math. Comp. 19, 297-301, Abril de 1965.
2. — M. Lindig. Tesis de Maestría: Diseño de un Filtro Digital Programable para Procesamientos de Señales Biológicas en Tiempo Real DESFI-UNAM, 1978.
3. — Yannis P. Tsvlidis. Tesis Doctoral: Nonuniform Pulse Code Modulation Encoding Using Integrated Circuit Techniques, Universidad de California en Berkeley, 1976.
4. — R. A. Gabel, R.A. Roberts: Signals and Linear Systems, John Wiley & Sons, 1973.
5. — B.P. Lahti: Communication Systems, John Wiley & Sons, 1968.
6. — A.V. Oppenheim, R.W. Schaffer: Digital Signal Processing, Printice-Hall, 1975.
7. — A. Peled, B. Liu: Digital Signal Processing, John Wiley & Sons, 1976.
8. — L.R. Rabiner, B. Gold: Theory and Application of Digital Signal Processing. John Wiley & Sons, 1976.
9. — M.E. Hoff y M. Townsend: Single-Chip n-mos Microcomputer processes Signals in Real Time, Electronics, Vol. 52, No. 5, pág. 105, Marzo 1, 1979.

ejemplo, la dificultad de variar la frecuencia de corte de un filtro analógico una vez construido; la dificultad de construir filtros con múltiples regiones pasabanda o que posean una respuesta en frecuencia arbitraria. Es particularmente difícil la realización, por medios analógicos, de filtros que posean cierto comportamiento específico de fase, como diferenciadores y transformadores de Hilbert.

Ninguna de las restricciones anteriores se aplica a filtros discretos; su estabilidad dependen de una sola componente; el oscilador (reloj de referencia) cuya frecuencia de oscilación define el ciclo de operación del sistema. Su frecuencia o frecuencias de corte se determinan por medio de un programa y no por

El Teorema del muestreo.

Sea $x(t)$ una señal de banda limitada con transformada de Fourier $X(\omega)$ (Fig. I.1)

Lema:
$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \frac{\text{sen} \omega_c (t-nT)}{\omega_c (t-nT)} \quad (I.1)$$

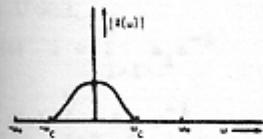
donde ω_c es la frecuencia (angular) de corte.

Prueba.

Por hipótesis, $X(\omega) = 0$ si $\omega > \omega_c$ por lo tanto, $X(\omega)$ puede expresarse en términos de una serie generalizada de Fourier, definida como sigue:

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{-i\omega nT} \quad (I.2)$$

$$X_n = \frac{1}{\omega_c} \int_{-\omega_c/2}^{\omega_c/2} X(\omega) e^{i\omega nT} d\omega$$



Es fácil verificar que la serie antes definida es una serie de Fourier, esto es, $(e^{-i\omega nT})_{n \in \mathbb{Z}}$ es un conjunto ortonormal completo de funciones

$$\int_{-\omega_c/2}^{\omega_c/2} \frac{1}{\omega_c} X(\omega) e^{i\omega nT} d\omega = \int_{-\omega_c/2}^{\omega_c/2} \frac{1}{\omega_c} X(\omega) e^{-i\omega nT} e^{i\omega nT} d\omega \quad (I.3)$$

$$= \frac{1}{\omega_c} \int_{-\omega_c/2}^{\omega_c/2} X(\omega) e^{i\omega nT} d\omega$$

Considérese ahora la definición de la transformada inversa de Fourier:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (I.4)$$

Entonces,
$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{\omega_c} X_n e^{-i\omega nT} \int_{-\omega_c/2}^{\omega_c/2} \frac{1}{2\pi} e^{i\omega (t-nT)} d\omega \quad (I.5)$$

$$X_n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{\omega_c} X_n e^{-i\omega nT} \int_{-\omega_c/2}^{\omega_c/2} \frac{1}{2\pi} e^{i\omega (t-nT)} d\omega$$

Por lo tanto:

$$x(t) = F^{-1}(X(\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (I.6)$$

$$\int_{-\omega_c}^{\omega_c} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{\omega_c} X_n e^{-i\omega nT} e^{i\omega t} d\omega$$

de donde:
$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\omega_c} X_n e^{-i\omega nT} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{i\omega (t-nT)} d\omega \quad (I.7)$$

$$\int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{i\omega (t-nT)} d\omega$$

donde se substituyó $\omega_c = 2\omega_c$ y el lema sigue

NOTA: La función $\frac{\text{sen} \omega_c t}{\omega_c t}$ es proporcional a la respuesta a impulso de un filtro pasabajos ideal y $x(t)$ está dado, por el lema, como la convolución de las muestras de $x(t)$ con un filtro pasabajos ideal.

APENDICE II

El espectro de una señal muestreada por un tren de impulsos.

Sea $x(nT)$ una señal muestreada, resultado del producto de una señal continua, $x(t)$ y un tren de impulsos $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$. Se supone,

además, que la transformada de Fourier de $x(t)$, $X(\omega)$, existe.

Como el tren de impulsos constituye una señal periódica, la obtención del espectro de $x(nT)$ se dividirá en tres partes.

1. Obtención del espectro de una señal periódica.
2. Obtención del espectro del tren de impulsos y
3. Obtención del espectro $x(nT)$ por medio de la propiedad de convolución de la transformada de Fourier.

1. Espectro de una señal periódica.

Sea $x(t) = \sum_{n=0 \pm 1, \pm 2, \dots} x(t-nT)$

Entonces, $x(t)$ puede expresarse como una serie exponencial de Fourier:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{i k \omega_0 t} \quad (II.1)$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0, \text{ donde } f_0 = \frac{1}{T}$$

$$Y \quad X_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i k \omega_0 t} dt$$

la transformada de Fourier de $x(t)$ está dada por:

$$F(x(t)) = X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (II.2)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{j k \omega_0 t} e^{-j\omega t} dt$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\omega_0 k - \omega) t} dt$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - k\omega_0) t} dt$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k \delta(\omega - k\omega_0)$$

2. Espectro de un tren de impulsos

$$\text{Sea } x(nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$$

$$\text{Entonces: } F(x(t)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \delta(\omega - k\omega_0) \quad (III.3)$$

donde

$$X_n = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega_0 k t} dt = \frac{1}{T}$$

$$F(x(t)) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_0)$$

3. Espectro de la señal muestreada.

$$\text{Sea } x(nT) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$$

$$\text{Sea } F(x(t)) = X(\omega) Y$$

$$F\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)\right) = 1/T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0)$$

Entonces, por el teorema de la convolución

$$F(x(nT)) = X(e^{j\omega}) \quad (II.4)$$

$$= X(\omega) * \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0)$$

Ahora bien, en general se cumple que

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x) dx = f(0) \quad (II.5)$$

Por lo tanto:

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(\omega - n\omega_0) \quad (II.6)$$

Esto es, $X(e^{j\omega})$ es una versión periódica, con período T , de $X(\omega)$

APENDICE III

Las propiedades de la transformada Z son análogas a las propiedades la transformada de Laplace. Considérese, específicamente, la propiedad de desplazamiento:

$$\text{Sea } Z\{x(k)\} = X(z)$$

Entonces:

$$\{x(n+1)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+1) z^{-n} \quad (III.1)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+1) z^{-(n+1)}$$

$$= z X(z)$$

Corolarios:

$$1. Z\{x(n-1)\} = z^{-1} X(z)$$

$$2. Z\{x(n+n)\} = z^{+n} X(z)$$

$$3. Z\{x(n+n) u(n)\} = z^n X(z) - x_0 - z^{-1} x_1 - \dots - z^{-(n-1)} x_{n-1}$$

$$4. Z\{x(n-n) u(n)\} = z^{-n} X(z) + x_{-1} z + \dots + x_{-n} z^n$$

NOTA: $u(k)$ es la secuencia escalón unitario, definida como sigue:

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

Esto es, los corolarios 3 y 4 se refieren a señales causales.

Aplicación: Ecuaciones de diferencias finitas.

Sea $Z\{x(n)\} = X(z)$ y

$Z\{y(n)\} = Y(z)$

Sea un sistema lineal discreto, invariante en el tiempo, descrito por la ecuación:

$$y(n] = \sum_{i=0}^M b_i x(n-1) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-1), \quad n \geq 0$$

Tomando la transformada Z, resulta:

$$Y(z) = \sum_{i=0}^M b_i \{x(n-1)\} \quad (III.3)$$

$$- \sum_{i=1}^N a_i \{y(n-1)\}$$

Asumiendo condiciones iniciales iguales a cero y aplicando el corolario (4), resulta:

$$Y(z) = \sum_{i=0}^M b_i z^{-i} X(z)$$

$$- \sum_{i=1}^N a_i z^{-i} Y(z)$$

O sea:

$$Y(z) \left[1 + \sum_{i=1}^N a_i z^{-i} \right]$$

$$= X(z) \sum_{i=0}^M b_i z^{-i}$$

Esto es:

$$Y(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}} X(z) \quad (III.4)$$

Otra de las propiedades de la transformada Z es la de la convolución:

Sea

$$Y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m) x(n-m)$$

Entonces:

$$Y(z) = Z \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} h(m) x(n-m) \right\} \quad (III.5)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} h(m) x(n-m) z^{-n}$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} h(m) \sum_{n=0}^{\infty} x(n-m) z^{-n}$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} h(m) z^{-m} X(z)$$

$$= X(z) \sum_{m=0}^{\infty} h(m) z^{-m}$$

$$= H(z) X(z)$$

Corolario. Si $x(n)$ y $y(n)$ son respectivamente, la secuencia de entrada y salida de un sistema lineal discreto, invariante en el tiempo, descrito por una ecuación de diferencias de la forma:

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-1) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-1)$$

Entonces, se concluye que:

$$h(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}}$$

APENDICE IV

Ejemplo de diseño de un filtro discreto de respuesta a impulso infinita.

Considere un filtro discreto de respuesta a impulso infinita.

Considere un filtro Butterworth de 2. orden, cuya respuesta a la frecuencia, en magnitud, está dada por:

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2V}} \quad (IV.1)$$

Sea $\omega_c = 1$. Entonces, en términos de la transformada de Laplace, resulta:

$$H(s)H(-s) = \frac{1}{1+s^2}$$

Las raíces de la expresión anterior están dada por:

$$s_q = e^{i(180^\circ + 360^\circ q)/4}, \quad q=0,1,2,3$$

Eligiendo $H(s)$ causal (esto es, si $s = \sigma + i\omega$ se consideran los valores negativos para σ), resulta:

$$H(z) = \frac{1}{\left(s + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \quad (IV.2)$$

Supóngase que este filtro se realiza en forma discreta, siendo la frecuencia de muestreo 10 veces la frecuencia de corte del filtro. Normalizando con respecto a la frecuencia de muestreo resulta:

$$f_c = 0.1 f_s = 0.1, \text{ esto es, } \omega_c = 0.2$$

Haciendo la transformación, se obtiene, para $H(s)$:

$$H(s) = \frac{(0.2\pi)}{\left(s + \frac{0.2\pi}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}(0.2\pi)^2}$$

la respuesta a impulso, $h(t)$, toma la forma:

$$h(t) = (0.2\pi)^2 \frac{e^{-0.2\pi t} \cdot 2 \cdot \text{sen}(0.2\pi t/2)}{0.2\pi/2} \quad (IV.4)$$

O sea:

En la forma muestreada, y recordando que $T = 1$, se tiene:

$$h(n) = 0.8886 e^{-0.4443n} \text{sen}(0.4443n) \quad (IV.5)$$

Aplicando la transformada Z, resulta, después de algunas manipulaciones algebraicas:

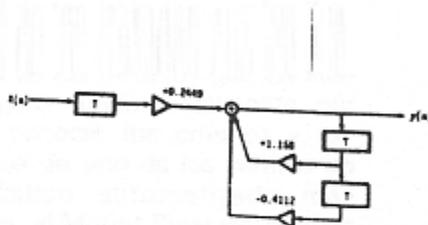
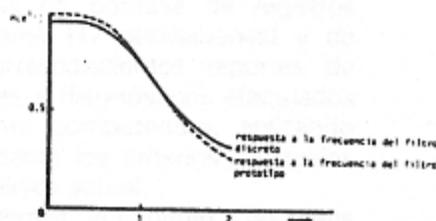
$$H(z) = \frac{0.5956 z}{2.4317 z^2 - 2.8159 z + 1} \quad (IV.6)$$

$$= \frac{0.2449 z^{-1}}{1 - 1.158 z^{-1} - 0.412 z^{-2}}$$

Como la respuesta a impulso (transformada) del sistema discreto buscado. Como se observará, el sistema posee un cero - cosa que no acontece para el filtro continuo. Recuerdese que $s=j$, se puede obtener la respuesta a la frecuencia de $H(z)$ haciendo $z = ej$. Para el ejemplo resulta:

$$(IV.7)$$

La Fig. VI.1 muestra esta respuesta a la frecuencia, así como la del filtro prototipo (continuo), para fines de comparación. Esta técnica de diseño es la llamada de respuesta a impulso invariante, en que la respuesta a impulso del sistema discreto es una versión muestreada de la respuesta a impulso del filtro continuo. Una forma de realización es la que se muestra en la Fig. IV.2.



RECONOCIMIENTO DE PATRONES
LAUREANO F. ESCUDERO

Ed. Paraninfo (Madrid) 1977
ISBN: 84-283-0898-5 550 pp

Se trata de un excelente texto introductorio a esta temática, con vistas a su implementación computacional, que traduce resumidamente la experiencia del Centro de Investigación UAM-IBM de Madrid, donde se trabaja en muy diversos campos de aplicación.

El nivel de tratamiento matemático se restringe a lo imprescindible para la utilización de los métodos, sin incluir demostraciones. En consecuencia, las exigencias previas son: teoría de probabilidades, álgebra lineal, cálculo vectorial y programación lineal.

La obra está dividida en dos partes: la primera expone las técnicas más relevantes para el diseño de un clasificador, llegando al análisis supervisado secuencial y a la clasificación no supervisada.

La segunda parte se dedica al análisis de acúmulos (clusters), haciendo énfasis en los métodos de Mahalanobis.

Puede considerarse como de suma utilidad para el ingeniero o el biólogo con formación matemática que desee encarar a nivel básico esta problemática, fundamentalmente para elaborar o aplicar algoritmos de identificación o diagnóstico.

INTRODUCTION TO BIOELECTRODES
CLIFFORD D. FERRIS

Ed. Plenum Press (New York)
1976
ISBN: 0-306-30780-4 243 pp

Presenta una breve introducción teórica seguida de una detallada descripción técnica de cada uno de los tipos más usados, incluyendo microelectrodos y específicos de ión. También incluye una breve reseña de Electroquímica y de Electrónica, aunque esta última de muy escaso interés en la actualidad.

COMPUTER ELECTROCARDIOGRAPHY: PRESENT STATUS AND CRITERIA
LEON PORDY

Futura Pub. Co. (New York) 1977
ISBN: 0-87993-088-8 370 pp

Se trata de una obra de interés para quienes estén trabajando o estudiando en profundidad el problema del diagnóstico electrocardiográfico automatizado, en su aspecto de lógica del diagnóstico.

Se brindan detalladamente los criterios en que se basan 90 diagnósticos de forma y 40 de ritmo; pero en cambio no se tratan absolutamente los temas de adquisición y medida de trazados, procesos que se dan por cumplidos previamente.

La mayor parte del texto se dedica a la presentación de despliegues en pantalla de registros completos (12 derivaciones) y de los correspondientes reportes de medidas y diagnósticos efectuados mediante computadora, aplicando únicamente los criterios habituales en la clínica actual.

Se dedica un capítulo a las bases de evaluación y comparación de programas, y otro a la detección y clasificación de arritmias, que constituye un problema central donde todavía fracasan muchas veces los programas.

Si constituir una obra de valor pedagógico, resultará de utilidad por los datos que incluye acerca de diagnósticos y por la excelente calidad de los trazados que los ilustran, pero fundamentalmente por dar a conocer los criterios y experiencia de uno de los centros de diagnóstico automatizado más grandes: el Mount Sinai Hospital de Nueva York.

(CGM)

LIBROS

La utilidad práctica del libro resulta del hecho de que el Programa de Ingeniería Biomédica de la Universidad de Wyoming (encabezado por el autor) ha desarrollado varios métodos y aparatos de amplia aceptación, y aquí se vierte esta experiencia a través de una serie de consejos prácticos de laboratorio y taller.

Asimismo, contiene tablas de difícil hallazgo, como la difusibilidad del Oxígeno y el Anhídrido Carbónico a través de materiales comunes, o diferencias de potencial originadas por gradientes iónicos a través de membranas selectivas de diferentes naturaleza.

Puede considerarse como ayuda útil en un laboratorio donde se construyan electrodos para el registro de señales biológicas, aunque no constituye una recopilación exhaustiva de los métodos existentes y su capítulo de electrónica no posee ninguna actualidad.

BIBLIOGRAFIA SELECTA

- Computer aids in electrocardiography.
Cáceres C.A. et al
Ann. New York Acad. Sc. 118 : 85 - 102 ; 1964.
- Computer analysis of the electrocardiogram.
Pipberger H. V.
in R. Stacy (ed) "Computers in biomedical research"
Academic Press (New York) 1965.
- Application de l'ordinateur au diagnostic électrocardiographique en pratique hospitalière.
Enderle J. A.
Acta Cardiol. 25 : 375-380 ; 1970»
- Clinical electrocardiography and computers.
Cáceres C.A. et al
Academic Press (New York) 1970.
- Computer application on ECG and VCG analysis
Zywiet C. & Schneider B.
Proc. 2d. Conference of Computers in Medicine
North Holland (New York) 1973
- Development and performance of Mayo-IBM electrocardiographic computer analysis programs.
Hu K.C. et al
Mayo Clin. Proc. 48 : 260-275
1973.
- Canadian colloquium on computer assisted interpretation of the electrocardiogram.
Canad. Med. Assoc. J.: 108 , 1973.
- Automation of clinical electrocardiography
Kellaway P. et al
Raven Press (New York) 1973.
- Computers in Cardiology, Conference 1974
IEFE Catalog 74-CH0879-7C
- Computers in Cardiology, Conference 1975
IEEE Catalog 75-CH1160-C
- Clinical application of a second generation electrocardiographic computer program.
Pipberger H. V. et al
Am. J. Cardiol. 35: 597-608; 1975.
- Systems analysis of computerized ECG processing center.
Ariet M. et al
J. of Electrocardiol. 9: 59-67; 1976.
- Computers in Cardiology, Conference 1976
IEEE, Catalog 76-CH1160-C
- The computer assisted electrocardiogram
Talbot S. et al
The Lancet II 7999: 1339-1350; 1976
- Trends in computer processed electrocardiogram.
Bemmel J.H. & Willems J.L.
North Holland Pub. Co. (New York) 1977.
- Computers in diagnostic electrocardiography.
Rautaharju P.M. et al
Amer. J. Cardiol. 141: 48-60; 1978.

ESPECIFICACIONES FUNCIONALES PARA ELECTROCARDIOGRAFOS

MINIMA FRECUENCIA DE CORTE (-3 db)	100 (Hz)
MAXIMO EXCESO DE VOLTAJE EN RESPUESTA A ESCALON	100 (μ V)
CONSTANTE DE TIEMPO EN RESPUESTA A ESCALON	3 (segs)
MAXIMO ERROR EN COMPENSACION POR ELECTRODOS	± 7 (%)
MAXIMA HISTERESIS	20 (μ V)
MAXIMO ERROR CON ENTRADA DE 1 MV	± 2 (%)
MINIMA IMPEDANCIA DE ENTRADA A 10 HZ	2.5 (M Ω)
MAXIMA CORRIENTE DE FUGA REGISTRANDO	1 (μ A)
RECHAZO DE SEÑAL EN MODO COMUN (336 V a 60 Hz, aplicados a través de 1 pF y desbalance de 100 K Ω)	2 (mV)
MAXIMO ACOPLAMIENTO ENTRE CANALES	1 (%)
MAXIMA DERIVACION DE LINEA DE BASE	10 (μ V/segs)
MAXIMO RUIDO (pico-a-pico en cortocircuito)	28 (μ V)
MINIMO VOLTAJE TOLERADO SIN DAÑO DEL APARATO (60 Hz aplicados en la entrada durante 10 segs)	1 (V)
MINIMO VOLTAJE CONTINUO TOLERADO SIN DAÑO (aplicado a la entrada durante 5 segs a través de 100 pF)	336 (V)
MAXIMA CORRIENTE DE FUGA DESDE ELECTRODOS AISLADOS	10 (μ A)
MAXIMA CORRIENTE DE FUGA DESDE CHASIS	10 (μ A)
MAXIMA CORRIENTE DE FUGA (con 120 V. aplicados a electrodos)	6 (μ A)
MINIMO RANGO DE LINEALIDAD	± 7 (mV)
MAXIMO ERROR PARA SEÑALES MENORES DE ± 5 mV	± 5 (%)
MINIMO RANGO DE DESBALANCE COMPENSABLE	± 200 (mV)
MAXIMA VARIACION DE GANANCIA AL BALANCEAR	± 5 (%)
MINIMA VELOCIDAD LIMITE DE RESPUESTA	400 (mV/s)

(Según la American Heart Association)

(Fuente: AMERICAN J. CARDIOL. 141: 43; 1978) -