

USO DE LOS TÉRMINOS CRUZADOS DE LA DISTRIBUCIÓN CHOI-WILLIAMS PARA DETECTAR ACTIVIDAD TARDÍA VENTRICULAR

REYNA CARRANZA, M.A.¹
JANÉ, R.²

¹ Área de Electrónica del Inst. de Ing., U.A.B.C.-Mexicali, Blvd. Benito Juárez y Calle de la Normal, Mexicali, B.C. 21280, México

² Dep. ESAIL, Centre de Recerca en Ingeniería Biomédica, UPC, Barcelona, España.

RESUMEN:

La mayoría de los métodos que se usan en la predicción de riesgo de taquicardia ventricular maligna, usan a los potenciales tardíos ventriculares como factor de anomalía en el análisis de señales electrocardiográficas promediadas de pacientes post-infartados. Sin embargo, la detección de los potenciales tardíos es una tarea muy complicada, debido a que sus amplitudes y frecuencias son muy similares a las del ruido. No obstante, en este trabajo proponemos detectar presencia de potenciales tardíos usando un procedimiento indirecto, mediante la cuantificación de los términos cruzados que se producen sobre el plano Tiempo-Frecuencia generada por la función de distribución Choi-Williams. Con esto se evitan las dificultades que presentan los métodos tradicionales, tales como el método del dominio temporal clásico. El análisis se aplicó a 132 Señales Electrocardiográficas Promediadas, de las cuales 59 corresponden a pacientes post-infartados y 73 corresponden a individuos sanos. Los resultados predictivos del método muestran una mejoría substancial en comparación con los resultados arrojados por el método del dominio temporal clásico.

PALABRAS CLAVE:

Potenciales Tardíos, Señales Electrocardiográficas Promediadas, Taquicardia Ventricular Maligna, Tiempo-Frecuencia, Distribución Choi-Williams.

ABSTRACT:

Most methods used for malignant ventricular tachycardia risk prediction make use of the late ventricular potentials as an anomalous factor in the averaged electrocardiographic signal analysis of post-infarct patients. However, the detection of the late potentials is a very complicated task, due to the fact that their amplitude and frequency are very close to those of the noise. Nevertheless, in this work, an indirect method of late potential detection is proposed, using the values of the cross-terms that are produced in the time-frequency plane generated by the Choi-Williams distribution function. This indirect method eliminates the difficulties associated with the traditional methods, such as the classical temporal domain method. This analysis was used on 132 averaged electrocardiographic signals, of which 59 correspond to post-infarct patients and 73 correspond to healthy individuals. The predictive results of the proposed method show a substantial improvement over the classical temporal domain method results.

KEYWORDS:

Late potentials, Averaged ECG, Malignant ventricular tachycardia, Time-Frequency, Choi-Williams distribution.

I. INTRODUCCIÓN

La taquicardia ventricular maligna es una patología cardíaca que aparece aproximadamente, según la Organización Mundial de la Salud, en un 5% de los pacientes que han sobrevivido a un infarto de miocardio [1]. En este tipo de individuos, la taquicardia ventricular puede derivar en una arritmia como lo es la fibrilación y consecuentemente en una probable muerte súbita. Cuando ocurre fibrilación, se presenta un ritmo cardíaco inestable con contracciones ventriculares descoordinadas. Esta descoordinación en las contracciones provoca una gran ineficiencia en el bombeo de la sangre y el sujeto puede morir en cuestión de minutos. De aquí el interés de muchos

cardiólogos de poder predecir si un paciente infartado está bajo riesgo de presentar arritmias ventriculares.

Existen varios métodos no-invasivos que se proponen en la literatura para la predicción de arritmias ventriculares en pacientes post-infartados, pero los mejores métodos presentan valores predictivos bajos o suelen ser invasivos. Los métodos no-invasivos son los de mayor interés de estudio porque se evita la intervención directa en el interior del paciente. Hasta ahora, los mejores resultados alcanzados con estos métodos, son los que se basan en el análisis de Señales Electrocardiográficas (ECG) Promediadas. El promediado de señales ECG es la técnica más empleada, con el fin de mejorar la relación señal a ruido y realzar las componentes ECG de muy bajas amplitudes que serían imposibles de realzar con técnicas estándar.

El objetivo que persiguen todos los métodos de análisis, es el identificar las componentes de Señal

Recepción del artículo en su primera versión: abril /99
Aprobación del artículo en su versión final: diciembre /99
Responsable:

Marco Antonio Reyna Carranza
Paseo Villas del Rosario Sur 1622, Fraccionamiento Villas del Rosario,
Mexicali, B.C. 21257, México
e-mail: reyna@info.rec.uabc.mx

EKG Promediada, que sirvan como indicadores que permitan predecir al cardiólogo si un paciente es candidato o no, a desarrollar alguna arritmia ventricular.

Los Potenciales Tardíos Ventriculares están considerados como los indicadores de riesgo más importantes en la predicción no-invasiva de arritmias ventriculares en pacientes post-infartados; y la mayoría de los métodos más conocidos (P.ej., temporal, frecuencial, espectro-temporal, etc.), se dedican a la detección y cuantificación de estos Potenciales Tardíos Ventriculares; aunque en los últimos años han aparecido métodos que proponen la detección de potenciales anormales a lo largo de todo el complejo QRS [2]. Sin embargo, aún no se ha encontrado el método que detecte de forma óptima estas anomalías de conducción ventricular.

El objetivo principal de este trabajo es abrir una nueva línea de investigación en el análisis de Señales EKG Promediadas para detectar anomalías de conducción ventricular en pacientes post-infartados, desde una perspectiva de estudio distinta a la de los métodos tradicionales en cuanto a las técnicas de detección y cuantificación de Potenciales Tardíos Ventriculares. En este trabajo de investigación se propone aplicar técnicas indirectas que detecten, no los Potenciales Tardíos Ventriculares, sino los efectos que estos producen en la parte terminal del complejo QRS y/o al inicio del segmento ST. Para ello, estamos sugiriendo aplicar la Función de Distribución de Choi-Williams, y cuantificar la energía que producen sus Términos Cruzados que se generan sobre la parte terminal del complejo QRS y/o al inicio del segmento ST, pero proyectados sobre el Plano Tiempo-Frecuencia.

II. ANTECEDENTES

Como se mencionó en la introducción, los métodos que pronostican riesgo de Taquicardia Ventricular maligna, se basan en la detección de Potenciales Tardíos Ventriculares los cuales emplean procedimientos directos. Es decir, la actividad tardía ventricular se cuantifica sobre la porción terminal del complejo QRS y/o al inicio del segmento ST, con la aplicación de algunas técnicas directas. Por ejemplo, en el método del dominio temporal clásico se toman 3 derivaciones de Señal Electrocardiográfica Promediada las cuales son ortogonales entre sí, llamadas X, Y e Z. Cada una de ellas se filtra primero en paso-alto, luego se calcula un vector magnitud con la relación $VM = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$. Después, sobre el vector magnitud, se cuantifica el voltaje rms de los últimos 40ms del complejo QRS (RMS40), se mide la duración de la señal al final del complejo QRS para la cual su amplitud se encuentra por debajo de los $40\mu V$ (LAS40), y por último se mide la duración del complejo QRS (QRSd). La cuantificación se realiza directamente sobre la actividad tardía detectada para usarse como factor de anomalía de conducción ventricular. Este método emplea un umbral por parámetro cuantificado para poder decidir si el individuo post-infartado presenta alto riesgo a desarrollar arritmias ventriculares. Por

ejemplo, según Breithardt G. *et al.* [3], si el valor RMS40 es menor de $20\mu V$, o si el valor LAS40 es mayor o igual a los 38ms, o si la QRSd es mayor a los 114ms, entonces el sujeto está en alto riesgo a desarrollar arritmia ventricular y puede morir súbitamente.

Los Potenciales Tardíos Ventriculares han sido muy estudiados y se sabe que son componentes EKG de muy bajas amplitudes (i.e., menores a los $25\mu V$), y que su banda de frecuencias es muy semejante a la del ruido (i.e., de 20 a 250 Hz) [4], lo cual provoca frecuentes errores de cuantificación en los métodos tradicionales. El método del dominio temporal es el tradicional y más usado en el análisis de señales EKG promediadas para detectar riesgo de muerte cardíaca súbita [3], desafortunadamente presenta algunas desventajas tales como: gran sensibilidad al ruido, alta sensibilidad a la frecuencia de corte del filtrado, exclusión del análisis de pacientes con bloqueo de rama, etc. Por tal razón el método produce valores predictivos bajos.

Algunos otros autores han presentado artículos con resultados interesantes, en los que se ha intentado detectar y cuantificar Potenciales Tardíos utilizando análisis Frecuencial. Michael Cain propuso en 1984 el analizar los Potenciales Tardíos bajo un estudio en el que aplicaba la Transformada de Fourier [5]. La idea de analizar Señales EKG promediadas en el dominio frecuencial, se sustenta en el comportamiento del frente de onda de despolarización cardíaca ante el substrato arritmico. Cuando el frente de onda actúa alrededor de zonas infartadas, se producen cambios tanto en la velocidad de conducción como en la dirección de conducción. Estos cambios por lo general generan componentes de alta frecuencia en los registros de Señales EKG promediadas. El método se basa principalmente en analizar un segmento de señal mediante el empleo de una ventana que genere una mínima distorsión en el espectro de Fourier. Desafortunadamente el método produce distorsiones cuando el segmento de señal incluye solamente una parte del complejo QRS [6], ya que en el análisis de Fourier la señal a analizar debe incluir por lo menos un periodo completo. Este método resuelve algunas de las limitaciones del análisis temporal. Por ejemplo, no se necesita el filtrar previamente la señal ni se necesita detectar el final del complejo QRS, y por lo tanto no es necesario excluir a los pacientes con bloqueo de rama para llevar a cabo el análisis. Pero por otro lado, el método no se ha estandarizado y los parámetros de anomalía que se usan son muy variados. El parámetro de anomalía más comúnmente usado en este tipo de análisis es el cálculo del área bajo la curva desde la frecuencia fundamental hasta la frecuencia en donde la amplitud es de 60dB o menor. Algunos resultados con este tipo de análisis han demostrado que el área bajo la curva espectral en sujetos sanos es siempre notablemente menor que para sujetos infartados [7]. Este método, al igual que el método del dominio temporal presenta una gran sensibilidad al ruido. Es decir, si el segmento de señal

a analizar contiene un nivel de ruido considerable, entonces el espectro de Fourier generará componentes en la banda de alta frecuencia, produciendo resultados erróneos en el análisis. Según Ralph Haberl *et al.* [8], el método frecuencial no ofrece grandes ventajas con respecto al método temporal por dos simples razones: (1) Tanto los potenciales tardíos como el ruido pueden incrementar el contenido frecuencial del espectro de Fourier. En otras palabras, la presencia de contenido frecuencial alto podría significar contribución del ruido y no necesariamente contribución de potenciales tardíos, esto si se dispone únicamente de un espectro, y (2) para la clasificación del método espectral se usa una relación de área bajo la curva espectral. Por ejemplo, una relación de área de 20-50Hz / 0-20Hz se dice que es anormalmente alta en caso de presencia de potenciales tardíos, porque se generan contenidos frecuenciales altos. Sin embargo, la relación de área también puede ser alta cuando aparecen componentes frecuenciales a bajas frecuencias. Esto sucede dependiendo de la cantidad de QRS que se incluya en el segmento de análisis.

Existe también otro método conocido como Mapeo Espectro-Temporal. Este análisis consiste en segmentar la señal ECG Promediada y aplicar la Transformada de Fourier a cada uno de los segmentos. Se dice que este método es una modificación del método frecuencial [9]. En el análisis se usan múltiples segmentos al final del complejo QRS, los cuales se van tomando a lo largo del segmento ST. Los segmentos más alejados del complejo QRS no contendrán Potenciales Tardíos y el ruido se verá más o menos distribuido en cada uno de los segmentos del espectro de Fourier. El método empieza con el análisis de Fourier de los últimos 20ms del complejo QRS con una longitud de entre los 60 y 120ms. La longitud de los subsiguientes segmentos se mantiene constante y empiezan 1ms más tarde que el inmediato anterior. Luego, se calcula el espectro de Fourier a escala logarítmica de cada segmento y se obtiene la media de los 5 últimos espectros y se correlacionan con cada uno de los restantes para obtener una curva de correlación. Por lo regular los valores de correlación serán altos (de 0.8 a 1.0) para segmentos muy alejados del QRS, y muy bajos (≈ 0), para segmentos cercanos al complejo QRS.

El problema que se presenta con el método temporal ante los casos de pacientes con Bloqueo de Rama queda resuelto en gran medida con este tipo de análisis. Aunque el método es capaz de analizar señales con Bloqueo de Rama, algunos autores lo señalan como método controvertido, especialmente porque se ha demostrado que el método es poco reproducible [10]. No obstante, este método permite que las Señales ECG Promediadas tengan una relación señal a ruido menor que para el análisis temporal [8]. Es decir, para que el método en el dominio temporal pueda detectar un Potencial Tardío Ventricular, es necesario que su amplitud sea por lo menos dos veces mayor que la amplitud del ruido,

mientras que para el análisis del mapeo espectro-temporal, la relación señal a ruido puede estar por arriba de 1:2.

Otros métodos menos convencionales se han reportado en la literatura. Las Representaciones en Tiempo-Frecuencia, como la Transformada Wavelet [11-12] y la Distribución de Wigner [13-14], se han utilizado también para detectar actividad ventricular anormal. Los intentos de utilizar la transformada Wavelet han sido muy variados, pero la mayoría de ellos solo presentan resultados cualitativos [15-18]. Quizá el único procedimiento que ha arrojado resultados cuantitativos interesantes es el propuesto por Rubel *et al.* [19]. En este estudio primero se obtiene un vector magnitud de la transformada wavelet para cada una de las derivaciones ECG ortogonales X, Y e Z, usando la relación $WTM = \sqrt{WTX^2 + WTY^2 + WTZ^2}$, en donde WTX es la magnitud de la transformada wavelet de la derivación X, WTY es la magnitud de la transformada wavelet de la derivación Y, WTZ es la magnitud de la transformada wavelet de la derivación Z, y WTM es el vector magnitud de la transformada wavelet. Las escalas de la transformada wavelet se establecen en tal forma que la frecuencia central de la wavelet de máxima escala no esté por debajo de los 25Hz y para que la wavelet de mínima escala no esté por arriba de los 250Hz. De esta forma, la banda frecuencial de análisis queda establecida entre los 25 y 250Hz, lo cual cubriría la banda frecuencial para la que se intuye que se encuentran las anomalías de conducción ventricular. El estudio se basa en la detección de irregularidades que se encuentran en las señales ECG promediadas. Esto consiste en precisar temporalmente la evolución de ciertas singularidades mediante máximos locales para cada escalamiento que realiza la transformada wavelet. El método define un máximo local como el punto de amplitud máxima entre la pendiente de subida y la pendiente de bajada de una cresta. Se consideran como máximos locales válidos, aquellos que tienen una magnitud mayor que un umbral de amplitud previamente establecido (AMPLTHR). El umbral se establece con el fin de descartar máximos locales de muy pequeñas amplitudes debidos al ruido. El umbral se determina como un porcentaje de la amplitud máxima de la transformada wavelet a la mínima escala. Después se localiza la conectividad de los máximos locales. Se dice que un máximo local de cualquier escala tiene conectividad con un máximo local de la mínima escala si la desviación estándar entre sus respectivas localidades temporales no es mayor de un umbral de dispersión que se establece previamente (SCATTHR). Luego se establece un criterio para determinar si un máximo local se acepta como irregularidad de la señal ECG promediada. La irregularidad se detecta cuando el número de máximos locales con conectividad, es mayor que un número que se establece también previamente, al cual se le llama RIDGLEN (número mínimo de crestas interconectadas).

La principal limitación que presenta este método es que la asignación de los valores para los parámetros AMPLTHR, SCATTHR y RIDGLEN, definen la detección de las singularidades sobre las señales ECG promediadas, y por lo tanto los resultados variarán para cada asignación sobre el segmento de señal que se analice. Además, aun no se ha llevado a cabo una experimentación exhaustiva con el fin de que se pueda probar la reproducibilidad del método.

Otra Representación Tiempo-Frecuencia que se ha estudiado para la detección de Potenciales Tardíos Ventriculares es la Función de Distribución de Wigner. Reyna *et al.* han aplicado esta distribución en el análisis de Señales ECG Promediadas para detectar anomalías de conducción ventricular en la porción terminal del complejo QRS y sobre la parte inicial del segmento ST [20-21]. Los estudios consisten en visualizar el comportamiento de los Términos de Interferencia que produce esta distribución sobre la señal ECG promediada. Los patrones de las funciones de distribución de Wigner que se obtienen de sujetos sanos son muy similares entre sí, mientras que los patrones que se obtienen de individuos patológicos (post-infartados) son altamente desiguales. Desafortunadamente los resultados de estos estudios no se han cuantificado y tampoco se han realizado suficientes experimentos.

III. MATERIALES Y MÉTODOS

Como ya hemos mencionado, para mejorar la detección de los Potenciales Tardíos Ventriculares estamos sugiriendo la aplicación de un procedimiento indirecto, el cual se basa en la cuantificación de los Términos Cruzados o Términos de Interferencia que produce la Distribución de Choi-Williams, en la porción terminal del complejo QRS sobre su Plano Tiempo-Frecuencia, al analizar Señales ECG Promediadas. Para entender el procedimiento que sigue este método, es conveniente primero comprender el funcionamiento de la Función de Distribución de Wigner, ya que la Función de Distribución de Choi-Williams es una versión atenuada de la anterior.

A. Función de Distribución de Wigner

La Distribución de Wigner, la cual se define matemáticamente como:

$$WD_x(t, f) = \int_{\tau} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (1)$$

en donde x^* denota el complejo conjugado de x , fue introducida por E.P. Wigner [22] en 1932 cuando desarrollaba trabajos sobre mecánica cuántica. Más tarde, en 1948, Ville [23] la re-introdujo en aplicaciones de procesamiento de señales, razón por la cual a esta distribución también se le conoce como Distribución de Wigner-Ville. Sin embargo, a lo largo de este trabajo la llamaremos simplemente Distribución de Wigner (WD), que es la más adoptada en la literatura.

La WD es una Representación en Tiempo-Frecuencia de alta resolución y la mayoría de sus apli-

caciones son con el fin de detectar transitorios en señales no estacionarias, tales como: Chirps lineales de FM, sinusoides en FM, impulsos, etc. La WD satisface un gran número de propiedades matemáticas, que por lo regular son muy deseadas en las representaciones tiempo-frecuencia [24], como por ejemplo la propiedad de marginalidad, la cual veremos con más detalle en este mismo sub-apartado. Sin embargo, esta función de distribución es cuadrática y genera términos cruzados o términos de interferencia sobre el plano tiempo-frecuencia, a los cuales muchas veces se les considera artefactos indeseables. No obstante, Reyna *et al.* consideran que los términos de interferencia que produce la distribución de Wigner pueden brindar información interesante cuando se interpretan de forma correcta sobre su plano tiempo-frecuencia [20, 21].

A.1. Naturaleza Cuadrática de las Representaciones en Tiempo-Frecuencia

W.D. Mark [25] fue quien reportó en un estudio formal la presencia de términos cruzados en la distribución de Wigner. Como veremos enseguida, los términos cruzados aparecen en cualquier representación tiempo-frecuencia cuadrática.

Siempre que se desea interpretar la energía de una señal, es inevitable perder la linealidad al obtener dicha energía; por ejemplo, la linealidad se pierde en el cálculo de la potencia instantánea $p_x(t)$ y la densidad de energía espectral $P_x(f)$ de una señal $x(t)$:

$$p_x(t) = |x(t)|^2, \quad (2)$$

$$P_x(f) = |X(f)|^2, \quad (3)$$

en donde $X(f)$ es la Transformada de Fourier de la señal $x(t)$.

Lo que nos dicen estas expresiones matemáticas, es que la energía de una señal es una representación cuadrática de la misma señal.

Una Representación en Tiempo-Frecuencia también se puede ver como la descomposición espectral de la señal para cada instante de tiempo y frecuencia. Por lo tanto, su representación energética exigirá la combinación de los conceptos de potencia instantánea y densidad de energía espectral (ver ecuación. 2 y 3). Para que una representación en tiempo-frecuencia se pueda interpretar como energía, se deben cumplir las propiedades de marginalidad, expresadas matemáticamente como:

$$\int_f TFR_x(t, f) df = p_x(t) = |x(t)|^2, \quad (4)$$

$$\int_t TFR_x(t, f) dt = P_x(f) = |X(f)|^2. \quad (5)$$

En otras palabras, tanto la potencia instantánea como la densidad de energía espectral se deben poder obtener a partir de la representación tiempo-frecuencia $TFR_x(t, f)$ de la señal $x(t)$. Por consiguiente, la energía de la señal será:

$$E_x = \int_t |x(t)|^2 dt = \int_f |X(f)|^2 df \quad (6)$$

Evidentemente, al obtener la interpretación energética, la linealidad de la representación tiempo-frecuencia se pierde.

A.2. El Principio de Superposición en las Representaciones Tiempo-Frecuencia

Las representaciones tiempo-frecuencia cuadráticas obedecen al principio de superposición cuadrático, el cual está definido como sigue:

Sea una señal $x(t) = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t)$, en donde $c_1 x_1(t)$ es la señal componente 1, $c_2 x_2(t)$ es la señal componente 2, y $x(t)$ es la suma de las dos señales anteriores, a la cual llamaremos señal multicomponente por tratarse de una señal compuesta por más de una señal.

Al obtener su representación tiempo-frecuencia cuadrática, resulta:

$$TFR_x(t, f) = |c_1|^2 TFR_{x_1}(t, f) + |c_2|^2 TFR_{x_2}(t, f) + c_1 c_2^* TFR_{x_1 x_2}(t, f) + c_2 c_1^* TFR_{x_2 x_1}(t, f) \quad (7)$$

en donde $TFR_x(t, f)$ es la autorepresentación Tiempo-Frecuencia de $x(t)$. Es decir, la $TFR_{xx}(t, f) = TFR_x(t, f)$, y la $TFR_{x_1 x_2}(t, f)$ es la representación Tiempo-Frecuencia cruzada entre las señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$.

Dado que la mayoría de las señales fisiológicas son señales multicomponente [26], es conveniente tomar en cuenta la generalización del principio de superposición cuadrático, el cual está definido de la siguiente forma:

$$\text{Sea } x(t) = \sum_{k=1}^N c_k x_k(t),$$

para lo cual se obtienen las siguientes reglas:

1. A cada señal componente $c_k x_k(t)$, le corresponde un término de señal (auto-componente) $|c_k|^2 TFR_{x_k}(t, f)$.
2. A cada par de señales componente $c_k x_k(t)$ y $c_l x_l(t)$ siendo $k \neq l$, le corresponde un Término de Interferencia (Componente Cruzado), $c_k c_l^* TFR_{x_k x_l}(t, f) + c_l c_k^* TFR_{x_l x_k}(t, f)$.
3. De esta manera, siempre que existan N -señales componente $x(t)$, la representación tiempo-frecuencia $TFR_x(t, f)$ se compondrá de N términos de señal y de

$$\binom{N}{2} = N(N-1)/2 \text{ Términos de Interferencia}$$

Debe tenerse en mente que los Términos de Interferencia aumentan de forma cuadrática con el número de señales componente involucradas. Las señales fisiológicas son señales multicomponente por naturaleza, por lo tanto generarán un gran número de términos de interferencia. Veremos más adelante en el sub-apartado IIIB cómo explotar esta misma característica en la distribución de Choi-Williams, cuando se aplica a señales ECG promediadas.

A.3. Producción de Términos Cruzados en la Distribución de Wigner

Con el fin de ver el efecto de los términos de interferencia en la Distribución de Wigner, analicemos el caso de la suma de las dos señales componente.

Sea la señal $x(t)$ la suma de dos señales componente $x_1(t)$ y $x_2(t)$. Sustituyendo esta señal en la ecn. (7), haciendo $c_1 = c_2 = 1$ y $TFR \equiv WD$, se tiene:

$$WD_x(t, f) = WD_{x_1}(t, f) + WD_{x_2}(t, f) + WD_{x_1 x_2}(t, f) + WD_{x_2 x_1}(t, f).$$

Donde:

$$WD_{x_1 x_2}(t, f) = \int x_1^*(t - \frac{1}{2}\tau) x_2(t + \frac{1}{2}\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

es la distribución de Wigner cruzada, la cual es compleja. Sin embargo, $WD_{x_1 x_2}(t, f) = WD_{x_2 x_1}(t, f)^*$, por lo tanto el resultado de $WD_{x_1 x_2}(t, f) + WD_{x_2 x_1}(t, f)$ es real.

De aquí, tenemos que:

$$WD_x(t, f) = WD_{x_1}(t, f) + WD_{x_2}(t, f) + 2Re\{WD_{x_1 x_2}(t, f)\} \quad (8)$$

Los términos $2Re\{WD_{x_1 x_2}(t, f)\}$ son los que se conocen como términos cruzados ó términos de interferencia de la Distribución de Wigner, y muchas veces se consideran artefactos indeseables en el análisis de señales. Es importante notar que los términos cruzados son amplificadas, para este caso en particular, es el doble de la parte real de la distribución de Wigner cruzada ($2Re\{WD_{x_1 x_2}(t, f)\}$). En el apartado IV veremos que esta característica puede ser de gran utilidad para la detección de actividad tardía ventricular, cuando se emplea la distribución de Choi-Williams.

A.4. Comportamiento de los Términos de Interferencia en la Distribución de Wigner

Aunque la mayoría de los autores califican a los Términos de Interferencia de la Distribución de Wigner como artefactos indeseables, para nuestro estudio el conocer su comportamiento en el plano tiempo-frecuencia es de importancia primordial, ya que son estos términos, en su versión suavizada (Distribución de Choi-Williams) los que nos permitirán determinar de forma indirecta la cantidad de energía que se atenúa en la zona de tejido dañado después de un infarto de miocardio.

Para entender el comportamiento de los términos de interferencia, empecemos por analizar primero el plano tiempo-frecuencia de la figura 1. El plano lo genera la señal multicomponente $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ al aplicarle la Distribución de Wigner. La señal se compone de dos señales componente, en donde $x_1(t)$ es una senoide con frecuencia fundamental f_1 , la cual ha sido multiplicada por una ventana Gaussiana centrada temporalmente en $t = t_1$, $x_2(t)$ es otra senoide con frecuencia fundamental f_2 , multiplicada por la misma ventana Gaussiana pero centrada en $t = t_2$. Antes de aplicar cualquier Función de Distribución conjunta de tiempo-frecuencia a cualquier señal, pri-

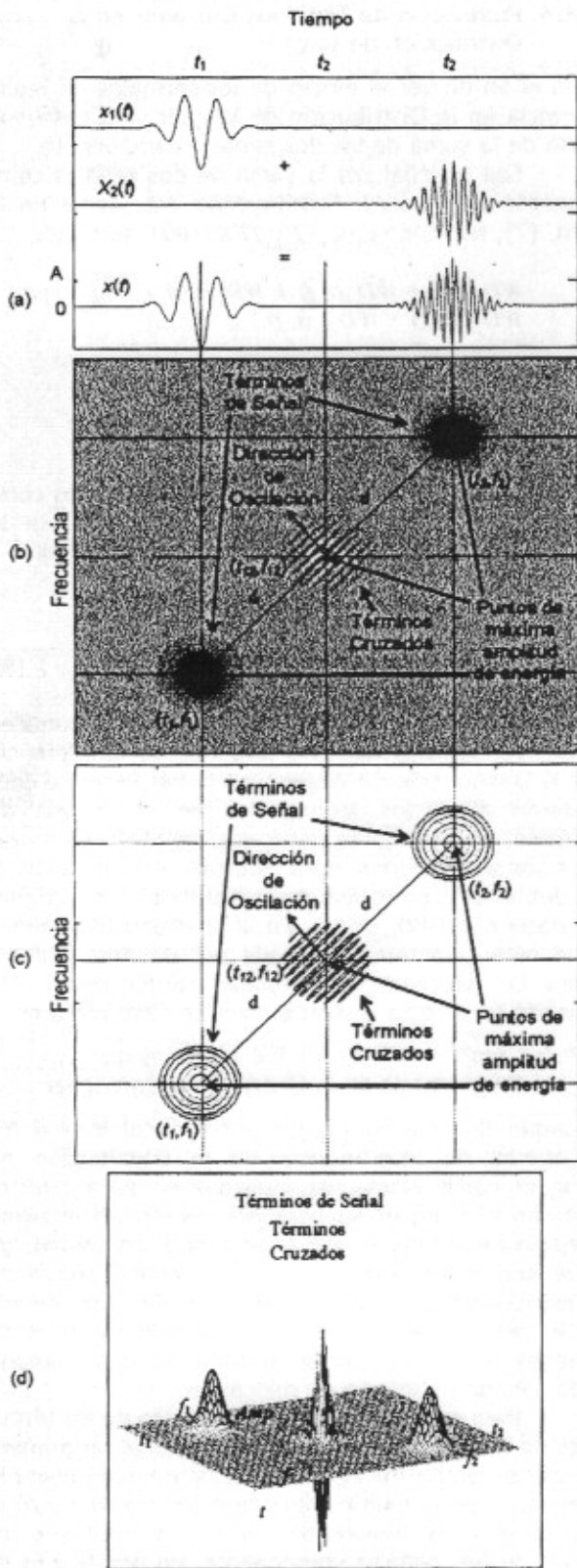


Figura 1.- Tres distintas formas de visualizar los resultados del análisis de la señal (a). (b) Niveles de color. (c) Curvas de nivel. (d) Gráfica en 3D. En la gráfica en 3D es posible verificar que los términos cruzados son de mayor amplitud que los términos de señal.

mero es conveniente obtener la versión analítica de la señal. Las ventajas de usar la versión analítica de la señal son: (1) se evita la redundancia de la información que se produce con las frecuencias negativas al suprimir todos los términos debidos a las frecuencias negativas (con esto se elimina también la distorsión de los términos que aparecen alrededor de los componentes de DC), (2) el significado de frecuencia instantánea tiene sentido solo en señales complejas (versión analítica de una señal real) [27], y (3) en muchos casos se evita el efecto de aliasing que se produce con la versión discreta de la función de distribución conjunta tiempo-frecuencia [28]. Por lo tanto, se deberá entender que los resultados de las funciones de distribución tiempo-frecuencia que se aplican a lo largo de este trabajo, se obtienen de la versión analítica de la señal analizada.

En la figura 1 se muestran tres diferentes formas de graficar el resultado de la distribución de Wigner al aplicarla a la señal $x(t)$ (ver figura 1(a)). En este caso, ambas señales componente son de la misma amplitud, y de la ecn. (8), se puede ver que la amplitud de los términos cruzados (términos de interferencia) es mayor que la amplitud de los términos de señal (ver figura 1(d)), dado que la amplitud de los términos cruzados es dos veces la parte real de la distribución de Wigner cruzada. Veamos ahora lo que pasa con los términos cruzados cuando una de las señales componente ($x_2(t)$) es de amplitud mucho más pequeña que la otra ($x_1(t)$). La figura 2(a) muestra la Representación Tiempo-Frecuencia (RTF) para el caso cuando las señales componente son de la misma amplitud. Aquí se puede ver que la amplitud de los términos cruzados es mayor que la de los términos de señal, dado que la amplitud de las señales componente son iguales. La figura 2(b) muestra la RTF para el caso cuando la amplitud de la señal $x_2(t)$ es sólo el 70 % de la amplitud de la señal $x_1(t)$. Aquí se ve que los términos de señal respectivos a la señal componente $x_2(t)$ ha disminuido un 48 %, sin embargo los términos cruzados son mayores a los términos de señal respectivos a la señal componente $x_1(t)$. Ahora, la figura 2(c) muestra la RTF para el caso cuando la amplitud de la señal componente $x_2(t)$ es un 40 % de la amplitud de la señal $x_1(t)$. Aquí, los términos de señal respectivos a la señal componente $x_1(t)$ apenas pueden observarse sobre el Plano Tiempo-Frecuencia, sin embargo la amplitud de los términos cruzados siguen siendo totalmente perceptibles. Otra característica importante de los términos cruzados de la distribución de Wigner es que presentan un comportamiento geométrico sobre el plano tiempo-frecuencia [13].

Volviendo a la figura 1, la gráfica (b) muestra el plano tiempo-frecuencia de la distribución de Wigner representado mediante niveles de color, y la figura (c) es el mismo plano tiempo-frecuencia sólo que representado mediante contornos de nivel. Ambos están dibujados a escala logarítmica. Como se puede ver, los términos de señal correspondientes a la señal componente $x_1(t)$ se encuentran alrededor

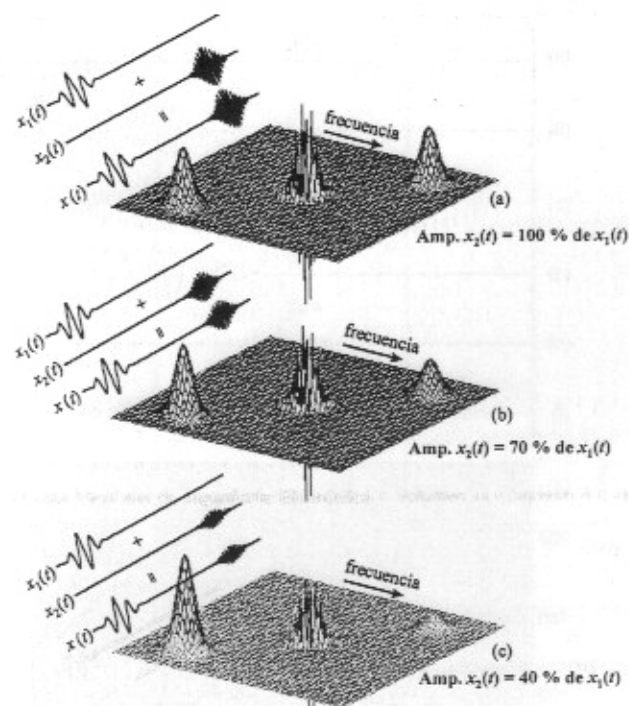


Figura 2.- (a) Representación Tiempo-Frecuencia de la Distribución de Wigner de una señal multicomponente $x(t)$, en donde las dos señales componente $x_1(t)$ y $x_2(t)$ son de la misma amplitud. (b) Representación Tiempo-Frecuencia de la Distribución de Wigner de una señal multicomponente $x(t)$ en donde ahora la amplitud de la señal componente $x_2(t)$ tiene el 70% de la amplitud de la señal componente $x_1(t)$. (c) Representación Tiempo-Frecuencia de la Distribución de Wigner de una señal multicomponente $x(t)$ en donde ahora la amplitud de la señal componente $x_2(t)$ tiene solo el 40% de la amplitud de la señal componente $x_1(t)$.

de su punto de máxima amplitud de energía con coordenadas (t_1, f_1) . Así mismo, los términos de señal correspondientes a la señal componente $x_2(t)$ se encuentran alrededor de su punto de máxima amplitud de energía con coordenadas (t_2, f_2) . Mediante el principio de superposición cuadrática se puede ver que realmente se genera un término cruzado por cada par de términos de señal. Los términos cruzados aparecen alrededor de su punto de amplitud máxima con coordenadas (t_{12}, f_{12}) , las cuales están relacionadas por las siguientes fórmulas:

$$t_{12} = \frac{(t_1 + t_2)}{2}, \quad f_{12} = \frac{(f_1 + f_2)}{2} \quad (9)$$

Una característica interesante de los términos cruzados es que siempre se ubican alrededor del punto tiempo-frecuencia de su máxima amplitud, y éste a su vez se ubica en el punto tiempo-frecuencia medio entre el par de puntos de máxima amplitud de los términos de señal (ver ecn. (9)). Esto se puede ver con toda claridad en las gráficas (b), (c) y (d) de la figura 1. Esta característica es importante, porque como veremos en los sub-apartados siguientes, en

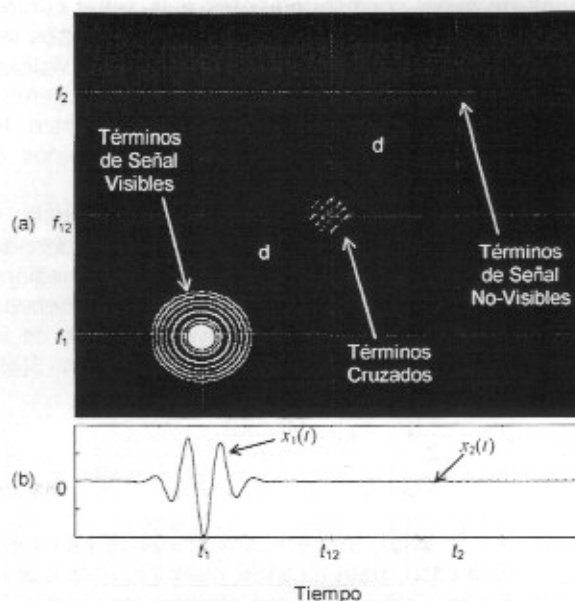


Figura 3.- (a) Representación Tiempo-Frecuencia de la Distribución de Wigner aplicada a la señal multicomponente en (b). Como se puede ver, los términos de señal que correspondería a la señal atenuada no son visibles sobre el plano tiempo-frecuencia; sin embargo, los términos cruzados si pueden observarse. Esto nos indica la presencia de los términos de señal de la señal componente atenuada.

algunos casos permite localizar señales componente de amplitudes tan pequeñas que son imperceptibles a simple vista. Otras características de los términos cruzados a considerar, es que la recta que une los puntos de máxima amplitud de los términos de señal pasando por los términos cruzados, siempre será perpendicular a la dirección de oscilación de los términos cruzados.

En el ejemplo que acabamos de ver, las señales componente $x_1(t)$ y $x_2(t)$ son de la misma amplitud. Sin embargo, esta situación casi no se presenta en la práctica. De hecho, es muy frecuente tratar con señales multicomponente en las que las amplitudes de sus señales componente sean muy pequeñas y además variables. Veremos en el apartado IV que los Potenciales Tardíos Ventriculares presentan un comportamiento similar a este caso.

Para ilustrar esta nueva situación de los términos cruzados, veamos el siguiente ejemplo:

Sea $x(t)$ la misma señal multicomponente del ejemplo anterior. En donde ahora, la amplitud de la señal componente $x_2(t)$ es 0.8% la amplitud de la señal componente $x_1(t)$ (ver figura 3(b)). La figura 3(a) muestra el plano tiempo-frecuencia generado por la distribución de Wigner cuando se aplica a la señal $x(t)$. Aquí es imposible observar los términos de señal que corresponden a la señal componente $x_2(t)$, a los cuales llamaremos Términos de Señal No-Visibles. El hecho de que no se puedan observar es atribuido a la tan pequeña amplitud de la señal componente $x_2(t)$. No obstante, la visibilidad de los tér-

minos de señal correspondientes a la señal componente $x_i(t)$ de mayor amplitud, es total. A estos términos los llamaremos Términos de Señal Visibles. También son visibles los términos cruzados generados por el par de términos de señal entre los Términos de Señal No-Visibles y los Términos de Señal Visibles.

Observando el plano tiempo-frecuencia se pueden conocer directamente tanto las coordenadas (t_p, f_p) como las coordenadas (t_{12}, f_{12}) . Luego, mediante la ecuación (9) es posible calcular las coordenadas correspondientes al punto de mayor amplitud de los términos de señal no-visibles (t_p, f_p) (ver figura 3(a)):

$$t_{12} = \frac{(t_1 + t_2)}{2}, \quad f_{12} = \frac{(f_1 + f_2)}{2}$$

$$\Rightarrow t_2 = 2t_{12} - t_1, \quad f_2 = 2f_{12} - f_1$$

Como hemos visto, los términos cruzados han servido, en este caso, para localizar componentes que no se pueden ver sobre el plano tiempo-frecuencia. En la práctica, la localización de señales componente en el análisis de señales fisiológicas puede ser muy difícil, ya que por lo regular las señales componente suelen ser varias o estar frecuencialmente y/o temporalmente solapadas en alguna medida. Pero por otra parte, la información que nos brindan los términos cruzados para indicar presencia o ausencia de actividad energética sobre el plano tiempo-frecuencia puede ser de gran utilidad. Es decir, si al observar el plano tiempo-frecuencia que genera la distribución de Wigner, nos percatamos de la existencia de términos cruzados, entonces podemos suponer la presencia de actividad energética aunque no la veamos ni sobre el plano tiempo-frecuencia ni como señal componente en la señal temporal. Aclararemos esta idea con el siguiente ejemplo:

Sea una señal $x(t)$ (ver figura 4(f)) compuesta por cinco señales componente $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$, $x_5(t)$, las cuales tienen la misma escala de amplitud. Estas señales se muestran en la figura 4(a-e). Al aplicar la distribución de Wigner a $x(t)$ se obtiene el plano tiempo-frecuencia que se muestra en la figura 4(g). En el plano es posible ver con bastante claridad tanto los términos de señal correspondientes a cada señal componente como los términos cruzados entre cada par de términos de señal, ya que las amplitudes de las señales componente son todas iguales. Si ahora, las amplitudes de las señales componente $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$ y $x_5(t)$ se reducen a un 0.8% de sus amplitudes originales, evidentemente la existencia de estas señales en el dominio temporal pasaría desapercibida a simple vista (ver figura 5(a)). En cambio, el plano tiempo-frecuencia de la figura 5(b) muestra la existencia de términos cruzados, aunque los términos de señal correspondientes a las pequeñas señales componente no puedan verse. En este caso sería muy difícil el localizar geoméricamente algunas de las señales componente sobre el plano tiempo-frecuencia debido a la interacción de los diferentes términos cruzados. Sin embargo, la sim-

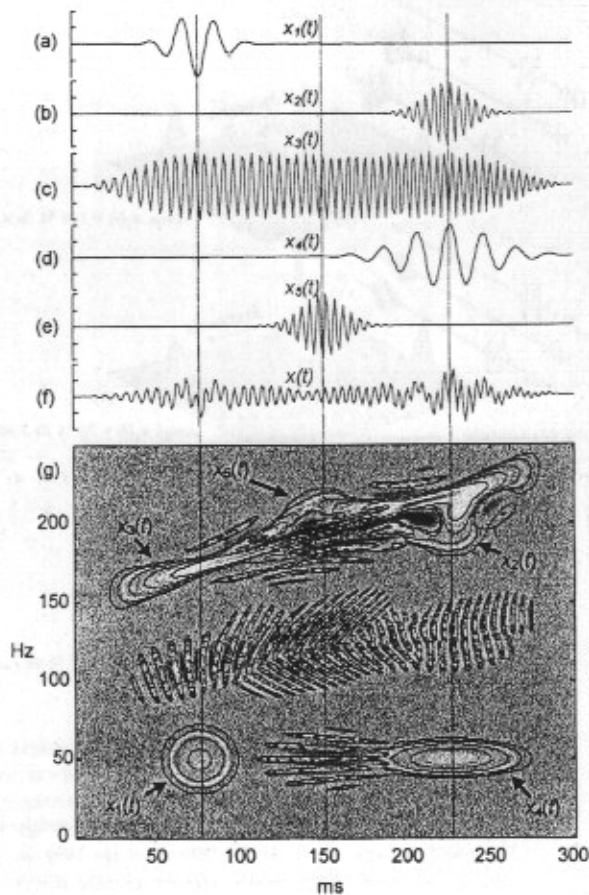


Figura 4.- Representación Tiempo-Frecuencia de la Distribución de Wigner de la señal (f), la cual; es la sumatoria de las señales componentes (a-e). Todas las señales componentes tienen la misma escala de amplitud. En el plano tiempo-frecuencia (g) se pueden observar la mayoría de los términos cruzados que se generan entre cada par de términos de señal.

ple existencia de términos cruzados nos confirman la presencia de actividad energética en determinadas zonas sobre el plano, aunque esta actividad no pueda verse físicamente.

En los siguientes sub-apartados veremos que eliminando y atenuando ciertos términos de interferencia de la Distribución de Wigner, es posible ubicar geoméricamente señales componente de muy pequeñas amplitudes. No hay que perder de vista que el objetivo de nuestro estudio es demostrar la existencia de actividad tardía ventricular (potenciales tardíos ventriculares), y que el comportamiento de esta actividad tardía es muy similar a las pequeñas señales que hemos venido simulando.

B. Función de Distribución de Choi-Williams

El nombre de esta distribución se debe a H.I. Choi y W.J. Williams [29] quienes fueron los que la diseñaron al intentar reducir los términos cruzados que generaba la distribución de Wigner. También desarrollaron, junto con otros autores, la teoría de las dis-

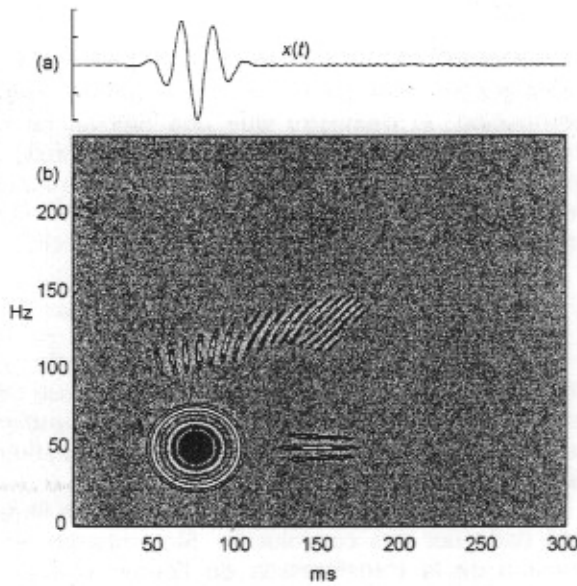


Figura 5.- (a) Misma señal (f) de la figura 4 (f), en donde ahora las señales componentes (b-e) tienen solo el 0.8% de su amplitud original. (b) Plano Tiempo-Frecuencia de la Distribución de Wigner aplicada a la señal (a). En el plano es imposible observar los términos cruzados respectivos a las señales componentes de muy pequeñas amplitudes; sin embargo, la simple existencia de sus términos cruzados indica su existencia.

tribuciones de interferencias reducidas mediante el diseño de kernels [30]. No obstante, ya en el año de 1966 L. Cohen [31] había desarrollado un método general para generar infinitas funciones de distribución conjunta de tiempo y frecuencia.

Para entender el efecto de la distribución Choi-Williams sobre los términos cruzados de la distribución de Wigner, es necesario primero revisar su kernel y su relación con la distribución de Wigner.

B.1. Funciones de Distribución Conjunta de Clase General

Las funciones de distribución Conjunta de Clase General se definen matemáticamente como sigue:

$$C(t, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} s^* \left(u - \frac{\tau}{2} \right) s \left(u + \frac{\tau}{2} \right) \phi(\theta, \tau) e^{-j\theta u - j\omega\tau} du d\tau d\theta \quad (10)$$

en donde $\phi(\theta, \tau)$ es una función bi-dimensional llamada kernel. Esta función define el tipo de distribución (clase) y determina sus propiedades matemáticas. Por ejemplo, el kernel de la distribución de Wigner es la unidad. En la literatura se reportan tablas con la lista de varias funciones de distribución conjuntas, sus propiedades y sus respectivos kernels. Una de las listas más completas se puede encontrar en el *Biomedical Engineering handbook* editado por la IEEE [32] y en [13].

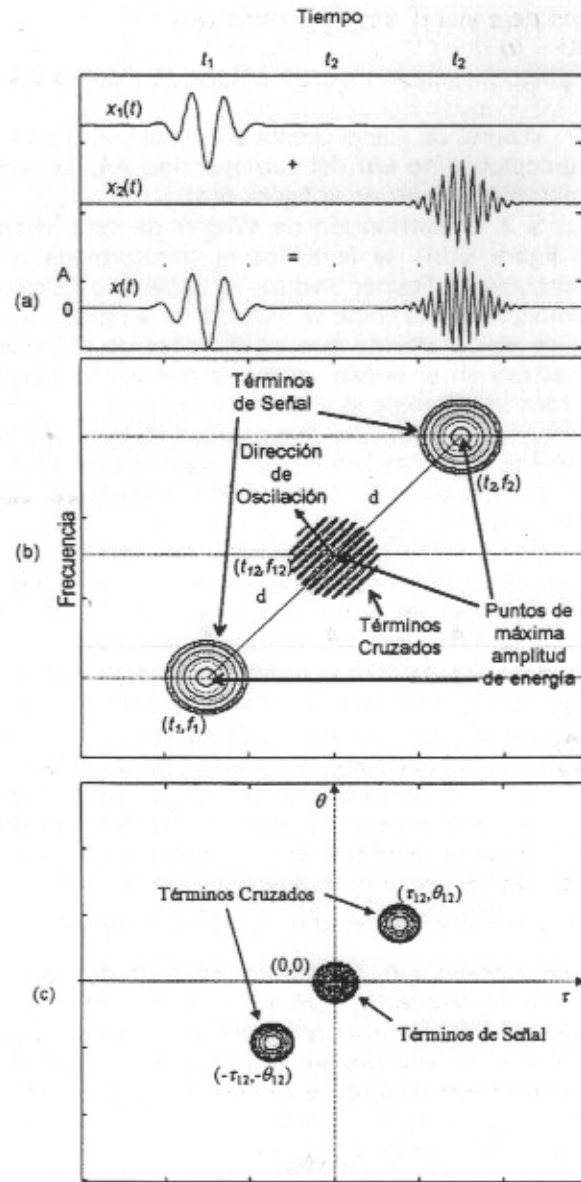


Figura 6.- (a) Señal $x(t)$ compuesta por dos señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$. (b) Plano de la distribución de Wigner. (c) Plano de la función de ambigüedad de la señal mostrada en (a). Se puede ver que en la función de ambigüedad los términos de señal se centran en el origen, mientras que los términos cruzados se alejan de él. Esta característica es contraria a la distribución de Wigner.

De la ecuación (10) se pueden agrupar términos y definir otra función bi-dimensional $FA(\theta, \tau)$ a la cual se le llama Función de Ambigüedad o Función de Ambigüedad Simétrica:

$$FA(\theta, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s^* \left(u - \frac{\tau}{2} \right) s \left(u + \frac{\tau}{2} \right) e^{j\theta u} du$$

La función de ambigüedad y la distribución de Wigner son duales. Es decir, es un par de transformadas de Fourier bi-dimensionales:

$$FA(\theta, \tau) = \iint_{-\infty}^{\infty} WD(t, f) e^{-j2\pi(\theta - \tau f)} dt df$$

El siguiente ejemplo muestra la idea de manera gráfica:

Veamos de nueva cuenta el ejemplo de la señal multi-componente $x(t)$ del sub-apartado A4, la cual se muestra otra vez en la figura 6(a).

Si a la distribución de Wigner de esta señal (ver figura 6(b)) se le aplica la transformada bidimensional de Fourier inversa, se obtiene la función de ambigüedad tal como se muestra en la figura 6(c). Aquí se ve claramente que los términos de señal se concentran en el origen, mientras que los términos cruzados se alejan de él. Esta es la característica más importante de la función de ambigüedad, porque ello permite el diseño de kernels que actúan sobre la función de ambigüedad como filtros pasa-bajas bidimensionales.

Como ya se ha mencionado, las restricciones que se impongan a los kernels determinarán el tipo de distribución. Recordemos que de la ecn. (10) se pueden obtener infinitas funciones de distribución conjuntas. Sin embargo, existen subclases que se pueden derivar de esta ecuación dependiendo del kernel que se use. La distribución de Wigner al igual que la de Choi-Williams pertenecen a la subclase conocida como *quadratic Cohen class*. Estas funciones de distribución obedecen a la propiedad de invarianza al desplazamiento en tiempo y/o frecuencia, el cual se define en el siguiente sub-apartado.

B.2. Funciones de Distribución de la "Choen Class"

Si una función $x(t)$ se retrasa en tiempo y/o se desplaza en frecuencia, entonces su representación en tiempo-frecuencia se retardará en tiempo y/o se desplazará en frecuencia en la misma proporción que la señal. Matemáticamente se describe como sigue:

$$x'(t) = x(t-t_0) e^{j2\pi f t_0} \Rightarrow RTFx'(t, f) = RTF_x(t-t_0, f-f_0).$$

En el año de 1987, P. Flandrin [13, 34] encontró una forma general para generar este tipo de funciones de distribución. Él demostró que una función de distribución conjunta es miembro de la *Cohen class*, si y sólo si la distribución se puede derivar de la función de distribución de Wigner de la señal $x(t)$ mediante una convolución en tiempo-frecuencia. Es decir:

$$RTF_x \in \text{Cohen Class} \Leftrightarrow RTF_x(t, f) = \iint \psi_{RTF}(t-t', f-f') WD(t', f') dt' df'$$

Como puede verse, cada miembro de esta clase tiene asociado un kernel único $\psi(t, f)$ que es independiente de la señal y el cual funciona como un filtro bidimensional.

Hay que notar aquí que el proceso de filtrado está dado por una convolución. Sin embargo, en el dominio de la transformada de Fourier el proceso estaría determinado por una simple multiplicación:

De la ecn. (10) tenemos:

$$C(t, \omega) = \frac{1}{2\pi^2} \iint FA(\theta, \tau) \phi(\theta, \tau) e^{-j\theta\omega - j\tau\omega} d\theta d\tau \quad (12)$$

en donde la función $\phi(\theta, \tau)$ es el kernel en el dominio de la transformada de Fourier de la función kernel $\psi(t, f)$

B.3. Efecto del Kernel Sobre la Función de Ambigüedad

Hemos dicho ya que la función de ambigüedad distribuye geoméricamente los términos de señal en el origen de su plano (ver figura 6), y que los términos cruzados los distribuye geoméricamente fuera del origen. De esta forma, se podría diseñar una función kernel que al multiplicarla por la función de ambi-

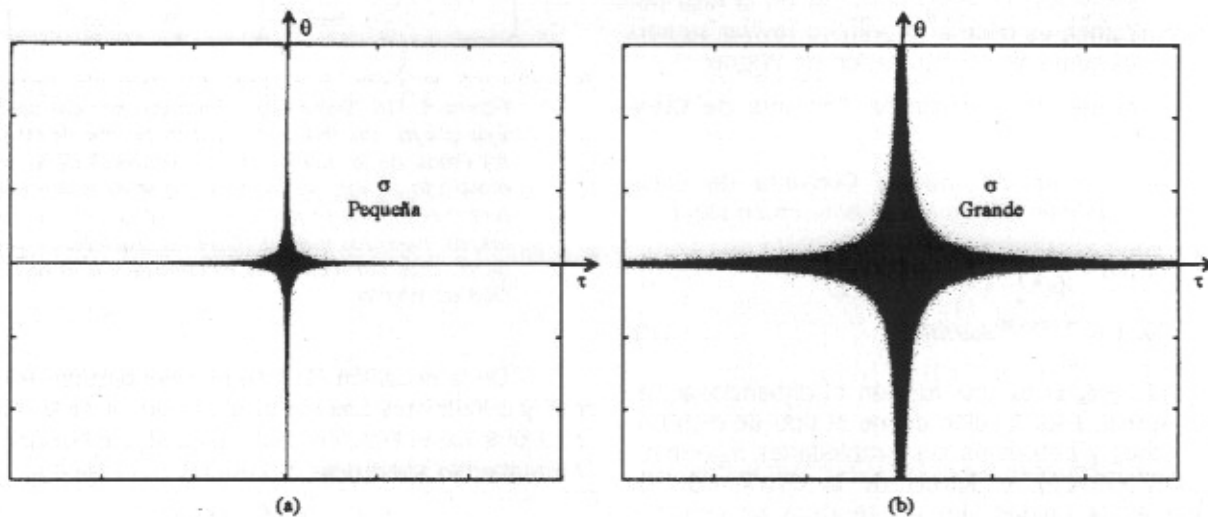


Figura 7.- (a) Kernel de Choi-Williams de σ pequeña. (b) Kernel de Choi-Williams de σ grande. El campo de acción del kernel de Choi-Williams se puede aumentar o disminuir, simplemente controlando el parámetro σ . Por ejemplo: si σ tiende al infinito, entonces la distribución de Choi-Williams se aproximará a la distribución de Wigner, ya que $\sigma \rightarrow \infty, \phi(\theta, \tau) = 1$

güedad suprimiera los términos cruzados y mantuviera los términos de señal. Como los términos de señal se encuentran ubicados en el origen del plano y los términos cruzados fuera de este, el kernel estaría actuando como un filtro pasa-bajas sobre el plano tiempo-frecuencia. En el siguiente sub-aparato se ilustra gráficamente el proceso usando el kernel correspondiente a la distribución de Choi-Williams.

De la ecuación (11) se puede ver la directa relación que existe entre la función kernel y la función de distribución de Wigner. Y como la función de ambigüedad es la transformada bidimensional de Fourier inversa de la función de distribución de Wigner, la relación con la función de ambigüedad se mantiene (ver ecn. (12).

El kernel de la distribución de Choi-Williams no cancela por completo los términos de interferencia que produce la distribución de Wigner. Por tal motivo, Williams llamó a este tipo de funciones de distribución *funciones de interferencias reducidas*. Veamos enseguida porqué el kernel de Choi-Williams no cancela completamente los términos cruzados.

El kernel de Choi-Williams es de tipo exponencial y está definido de la siguiente forma:

$$\phi(\theta, \tau) = e^{-\theta^2 \tau^2 / \sigma} \quad (13)$$

donde σ es un escalar.

Si $\sigma \rightarrow \infty$, entonces la distribución de Choi-Williams se aproximará a la distribución de Wigner, ya que con $\sigma = \infty$, $\phi(\theta, \tau) = e^{-\theta^2 \tau^2 / \sigma} = 1$. Es decir, la función de distribución no eliminará los términos cruzados.

Si σ es lo suficientemente pequeño, entonces la distribución de Choi-Williams tenderá a eliminar los términos cruzados, ya que su kernel decaerá rápidamente fuera del origen y tendrá el valor de uno a lo largo de los ejes del plano. En la figura 7(a) se muestra el kernel de Choi-Williams con un valor de σ pequeño, y la figura 7(b) muestra el kernel para un valor de σ grande.

El siguiente ejemplo ilustra gráficamente cómo actúa el kernel de Choi-Williams sobre la función de ambigüedad.

Sea la señal multicomponente $x(t)$ que se muestra en la figura 8(d), la cual está compuesta por cuatro señales componente $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ y $x_4(t)$. La señal componente $x_1(t)$ tiene una frecuencia fundamental de 50 Hz y está multiplicada por una ventana Gaussiana centrada en $t=75$ ms. La señal componente $x_2(t)$ tiene también una frecuencia fundamental de 50 Hz, y está multiplicada por una ventana Gaussiana centrada en $t=225$ ms. Las señales componente $x_3(t)$ y $x_4(t)$ están multiplicadas también por ventanas Gaussianas, una centrada en $t=75$ ms y la otra en 225 ms respectivamente. Sus frecuencias fundamentales son de 200 Hz para cada una de ellas.

La figura 9 muestra dos planos de la misma función de ambigüedad (niveles de gris) de la señal $x(t)$ de la figura 8(d), en donde la zona en forma de

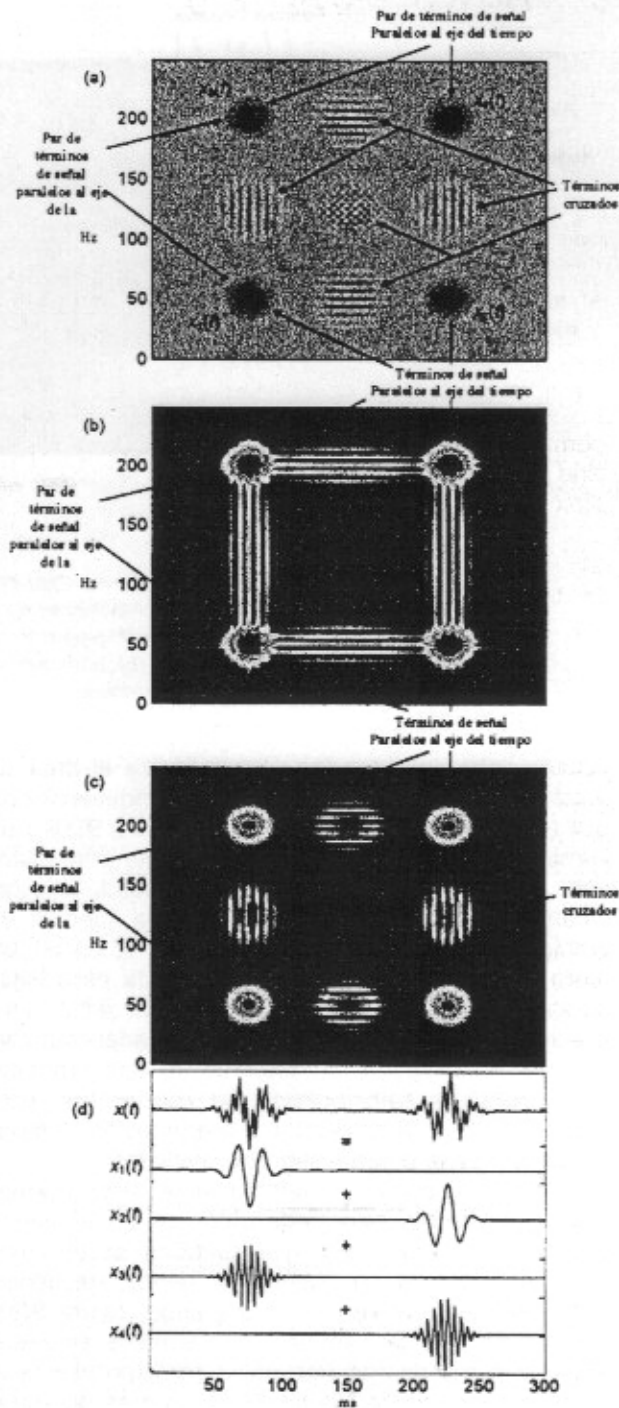


Figura 8.- (a) Función de la distribución de Wigner, en donde se indican los términos de señal respectivos a cada señal componente ($x_1(t)$ - $x_4(t)$). (b) Cancelación de los términos cruzados respectivos a los pares de términos de señal no paralelos a los ejes coordenados de la distribución de Wigner mediante el kernel Choi-Williams de σ pequeño. (c) Cancelación de los términos cruzados respectivos a los pares de términos de señal no paralelos a los ejes coordenados de la distribución de Wigner mediante el kernel Choi-Williams de σ grande. (d) Señal multicomponente analizada.

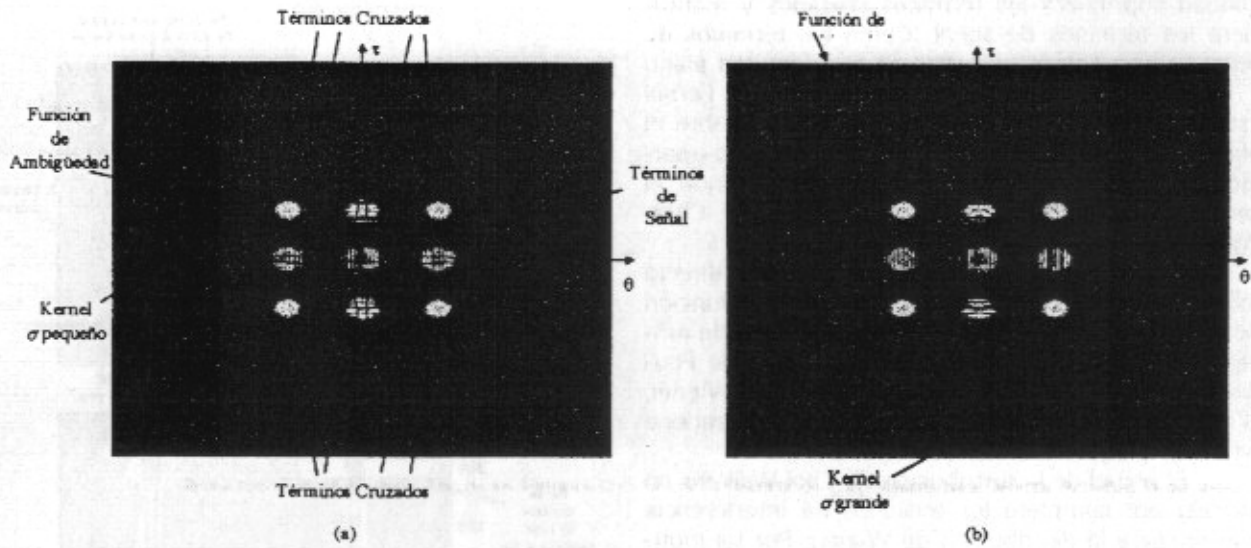


Figura 9.- (a) Banda pasa-bajas del Kernel Choi-Williams de σ pequeño actuando sobre la función de ambigüedad. (b) Banda pasa-bajas del Kernel Choi-Williams de σ grande actuando sobre la misma función de ambigüedad. Se puede notar que en (a) que cuando σ es pequeño el campo de acción del kernel no permite pasar gran cantidad de términos cruzados. Sin embargo, en (b) podemos ver que cuando σ es grande, el campo de acción del kernel permite pasar muchos más términos cruzados.

estrella sobrepuesta a los planos indica el área de acción (banda pasa-bajas del filtro bidimensional) que tendría un kernel de σ pequeño (figura 9(a)) y un kernel de σ grande (figura 9(b)) al actuar como filtro pasa bajas sobre la función de ambigüedad. En otras palabras, al multiplicar el plano de la función de ambigüedad por el kernel, todo lo que se encuentre fuera del campo de acción de la banda pasa-bajas quedará anulado, y como los términos de señal siempre se ubican en el origen, estos permanecerán casi inalterados. Luego, si al resultado de este producto se le aplica la transformada de Fourier (ver ecn. (12)), resultará la respectiva representación tiempo-frecuencia de la distribución Choi-Williams.

En la figura 8 se muestran las representaciones tiempo-frecuencia para cada valor de σ . Se puede observar que hay una mayor cantidad de términos cruzados sobre la representación tiempo-frecuencia correspondiente al kernel de σ grande (figura 8(b)) comparada con la cantidad de términos cruzados sobre el plano tiempo frecuencia correspondiente al kernel de σ pequeño (figura 8(c)). Esto es de suponerse, puesto que el kernel de σ pequeño deja pasar menos términos cruzados que el kernel de σ grande (ver figuras 9(a) y b) respectivamente).

La figura 8(a) es la representación en tiempo-frecuencia de la distribución de Wigner aplicada a la señal $x(t)$ de la figura 8(d). Como puede verse, los términos cruzados centrales que aparecen sobre la distribución de Wigner se suprimen por completo al aplicar la distribución de Choi-Williams. Esta es una de las características interesantes que hay que notar en esta distribución. Otra característica importante en la distribución de Choi-Williams, y la que será de completa utilidad en nuestro estudio, es que los tér-

minos cruzados que se generan entre pares de términos de señal paralelos a los ejes de tiempo y/o frecuencia nunca podrán ser eliminados por completo. Es decir, el kernel de Choi-Williams elimina únicamente los términos cruzados que se generan entre pares de términos de señal no paralelos a los ejes de tiempo y frecuencia. En la figura 8(b) y c) se puede apreciar este efecto.

En el ejemplo que acabamos de ver, todas las señales componente son de amplitudes iguales. Sin embargo, como ya hemos visto en el sub-apartado anterior, estas condiciones se presentan muy pocas veces en la naturaleza. De hecho, es más interesante estudiar los efectos de los términos cruzados cuando las amplitudes de las señales componente son muy pequeñas y además variables. Recordemos que los potenciales tardíos son de muy pequeñas amplitudes y que además oscilan de forma completamente aleatoria. Por tanto, veamos en el siguiente sub-apartado qué es lo que sucede cuando las amplitudes de dos de las señales componente del ejemplo anterior toman el 0.8 % de sus amplitudes originales.

B.4. Evidencia de Actividad Eléctrica Mediante los Términos Cruzados

Sea la señal multicomponente $x(t)$ del ejemplo de la figura 8, en donde ahora $x_1(t)$ y $x_2(t)$ tienen una amplitud del 0.8 % de su amplitud original. La señal $x(t)$ se puede ver gráficamente en la figura 10(c). La figura 10(a) es su representación tiempo-frecuencia obtenida con la distribución de Wigner, y la figura 10(b) es la representación tiempo-frecuencia obtenida con la distribución de Choi-Williams usando un $\sigma = 0.05$. Ambos planos de tiempo-frecuencia se representan con curvas de nivel en escalas logarítmicas.

La energía de los Planos Tiempo-Frecuencia que se obtienen aplicando la Distribución de Wigner y la Distribución de Choi-Williams se normalizan a 1 y se grafican mediante niveles de contorno en escala logarítmica de forma ascendente, partiendo desde un determinado umbral hasta el valor más alto. El umbral se fija de tal forma que el ruido quede excluido. A este umbral lo llamaremos, Umbral de Volumen de Cuantificación (UVC).

Llamaremos términos de señal visibles a los términos de señal que pueden verse sobre el plano tiempo-frecuencia, y términos de señal no-visibles a los que no pueden verse sobre el plano. Los términos cruzados que se observan en la parte central del plano tiempo-frecuencia de la distribución de Wigner son los de mayor visibilidad, dado que sus amplitudes son mucho mayores que las amplitudes de los términos cruzados entre pares de términos de señal paralelos a los ejes. En cambio, al aplicar la distribución de Choi-Williams, los términos cruzados centrales se atenúan completamente, permitiendo una considerable visibilidad de los términos cruzados entre pares de términos de señal que son paralelos a los ejes. Como puede verse, la distribución de Choi-Williams genera términos cruzados entre pares paralelos de términos de señal, aunque algunos de los términos de señal sean no-visibles. Esto nos permite suponer existencia de actividad energética en ciertas zonas del plano, aunque los términos de señal respectivos a las señales componente de pequeñas amplitudes no se puedan ver. La cantidad de términos cruzados visibles de la Distribución Choi-Williams estará siempre sujeto, al igual que para el caso de la Distribución de Wigner, al valor de UVC que se establezca.

En el siguiente apartado, usaremos este mismo modelo para simular y detectar potenciales tardíos ventriculares sobre señales ECG promediadas reales.

IV. RESULTADOS

A. Detección de Actividad Tardía Ventricular en Señales ECG Promediadas

Ahora veamos qué ocurre con los términos cruzados al aplicar la distribución Choi-Williams al ejemplo de simulación siguiente:

Sea una señal ECG promediada $SECGP_m(t)$ con una duración de QRS (QRSd) igual a 163ms. La señal se ha filtrado en pasa-bajo ($SECGP_{m,fb}(t)$) en una banda de 0 a 50Hz (ver figura 11(a)), con el objeto de sumarle señales componente que estarán por arriba de 50 Hz y al mismo tiempo poder ver los términos cruzados que generarán estas señales sobre el plano tiempo-frecuencia. La señal $x(t)$ de la figura 11(b) se compone de la suma de dos señales componente $x_1(t)$ y $x_2(t)$ más una componente $r(t)$ de ruido Gaussiano. $x_1(t)$ y $x_2(t)$ son sinusoides multiplicadas por ventanas Gaussianas centradas en 110 ms y 175 ms respectivamente, con frecuencias fundamentales de 150 Hz para cada señal. Las duraciones

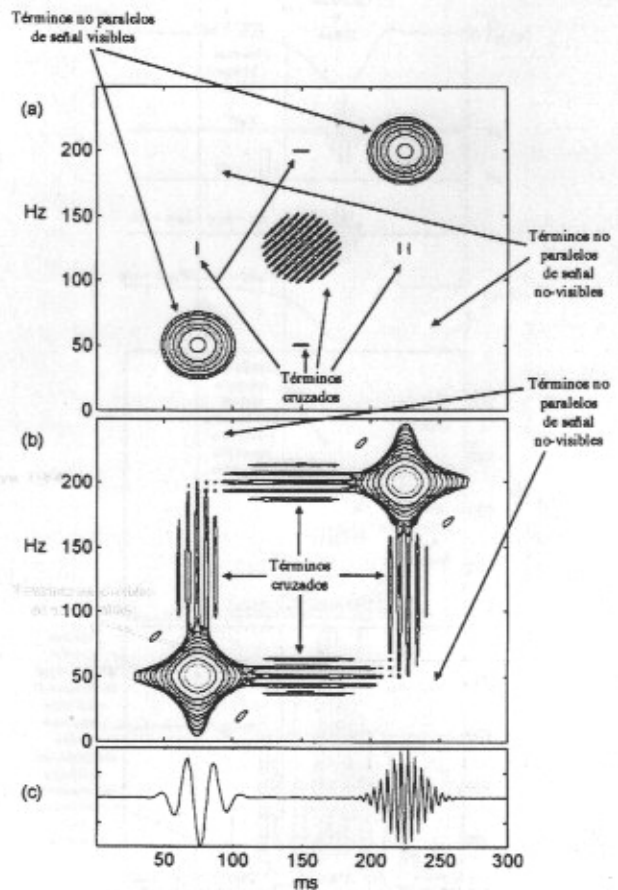


Figura 10.- (a) Distribución de Wigner de la señal multicomponente (c), en donde se notan perfectamente los términos cruzados correspondientes a los pares de términos de señal no paralelos a los ejes coordenados. (b) Distribución de Choi-Williams, en donde se observa la supresión total de los términos cruzados correspondientes a los pares de términos de señal no paralelos a los ejes coordenados.

efectivas para cada una de ellas es de 50 y 25 ms respectivamente. Las amplitudes del ruido $r(t)$ y de la señal $x_2(t)$ se ponen de tal forma que el nivel de ruido sea 3 veces menor al de la señal, con el fin de que la relación señal a ruido sea semejante al exigido por las normas estándar en el análisis del dominio temporal clásico.

A la señal ECG promediada filtrada $SECGP_{m,fb}(t)$ se le ha sumado la señal $x(t)$ (ver figura 11(c)), simulando con ello una señal ECG promediada con dos potenciales ventriculares atenuados. La señal $x_2(t)$ está ubicada en la parte final del QRS (en $t=175$ ms) tratando de simular los potenciales tardíos, mientras que la señal $x_1(t)$ intenta simular los potenciales ventriculares que se atenúan después de ocurrir el infarto, el cual se ha centrado en la zona de mayor amplitud del QRS (en $t=110$ ms).

En la figura 11 se muestran las señales (figura 11(a)) y los planos tiempo frecuencia que generan tanto la distribución de Wigner (figura 11(d)) como la Choi-Williams (figura 11(e)).

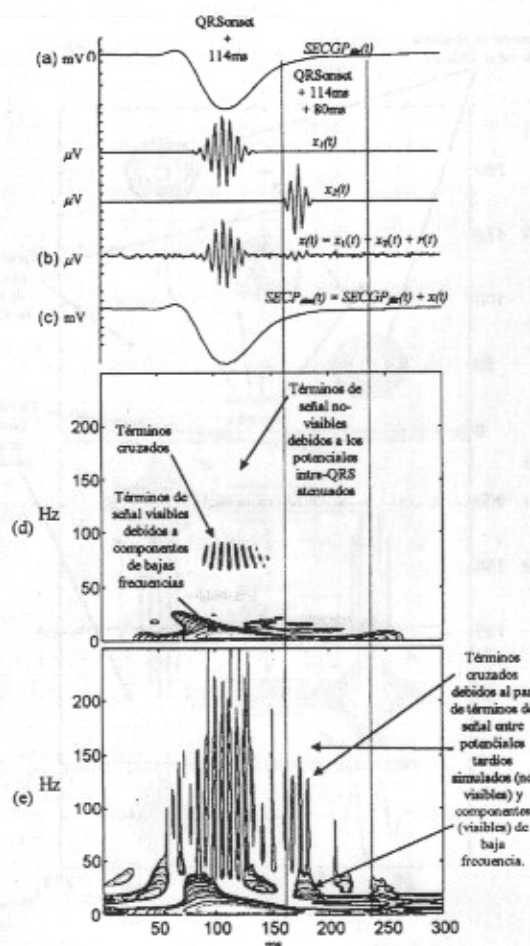


Figura 11.- (a) Señal ECG promediada real filtrada en pasa-bajo. (b) Señal sinusoide modulada en amplitud que pretende simular potenciales ventriculares normales a la que se ha sumado potenciales ventriculares anormales simulados y ruido blanco Gaussiano. (c) A la señal ECG promediada (a) se le suman potenciales ventriculares (b), para simular una señal ECG promediada con potenciales tardíos ventriculares. (d) Representación tiempo-frecuencia de la distribución de Wigner aplicada a la señal (c). Aquí no es posible observar ni los términos de señal ni los términos cruzados respectivos a los potenciales tardíos simulados. (e) Representación tiempo-frecuencia de la distribución de Choi-Williams de la misma señal (c). Aquí no es posible observar los términos de señal de los potenciales tardíos, sin embargo se pueden apreciar suficientes términos cruzados en la parte terminal del QRS. Las líneas punteadas marcan la zona en donde aparecen los términos cruzados, mismos que coinciden sobre la porción terminal del QRS en donde se han sumado los potenciales tardíos simulados.

Los términos cruzados que genera la distribución de Wigner sobre el plano tiempo-frecuencia respectivos a los potenciales ventriculares, provocan la no visibilidad de los términos cruzados respectivos a los potenciales ventriculares retardados (potenciales tardíos) (figura 11(d)). Ello se debe a que los potenciales ventriculares son de mucha mayor ampli-

tud que los potenciales tardíos. Sin embargo, al obtener la distribución de Choi-Williams (figura 11(e)) de la misma señal simulada (figura 11(c)) es posible visualizar los términos cruzados que se generan entre el par de términos de señal respectivos a los potenciales tardíos simulados (no-visibles) y componentes del ECG de muy bajas frecuencias (visibles). Luego entonces, se podrían cuantificar los términos cruzados sobre el plano tiempo-frecuencia para una banda frecuencial determinada, sobre la parte terminal del complejo QRS. La porción final del QRS se ha establecido por el segmento [QRSonset + 114ms, QRSonset + 114ms + 80ms], porque según las observaciones en el análisis temporal, la duración del QRS se define como normal siendo menor de 114ms medido a partir del QRSonset (inicio del complejo QRS).

Con el siguiente ejemplo gráfico haremos notar la importancia de esta característica en la detección de potenciales tardíos en el análisis de señales ECG promediadas, dada la suposición que la simple presencia de términos cruzados sobre el plano tiempo-frecuencia indica existencia de actividad energética.

En la figura 12(a) se muestra una Señal ECG Promediada de un sujeto sano y su respectivo plano tiempo-frecuencia obtenido con la distribución de Choi-Williams. La figura 12(b) es la misma señal ECG promediada a la cual se le ha sumado una señal componente sinusoide s_1 de frecuencia 100 Hz multiplicada por una ventana Gaussiana centrada en $t = 200$ ms. La señal s_1 tiene una amplitud del 0.3 % de la amplitud de la señal ECG promediada. En la figura se ha amplificado la amplitud de la señal s_1 con el fin de que se note su ubicación temporal. La zona sombreada en el plano tiempo-frecuencia sobre la parte final del complejo QRS indica los términos cruzados que serán cuantificados. Como puede verse, la distribución de Choi-Williams de la figura 12(a) no produce términos cruzados sobre la zona sombreada porque no hay presencia de actividad eléctrica en esta parte del complejo QRS. En cambio, la producción de términos cruzados en la zona sombreada de la distribución de Choi-Williams de la figura 12(b) se hace patente. Nuevamente notamos que aunque los términos de señal sean no-visibles sobre el plano tiempo-frecuencia, debido a la pequeña amplitud de la señal componente, su presencia es evidente dados los términos cruzados que se generan.

Ahora, analicemos las gráficas que se muestran en la figura 13(a y b), que corresponden a dos casos reales diagnosticados como riesgo de taquicardia ventricular. En la figura 13(a) se muestra la señal ECG promediada de un sujeto que clínicamente ha presentado riesgo de taquicardia ventricular, y se muestra también su respectivo plano tiempo-frecuencia obtenido con la distribución Choi-Williams. La figura 13(b) muestra el plano tiempo-frecuencia obtenido también con la distribución Choi-Williams de otra señal ECG promediada de un sujeto que también clínicamente se le determinó riesgo de taquicar-

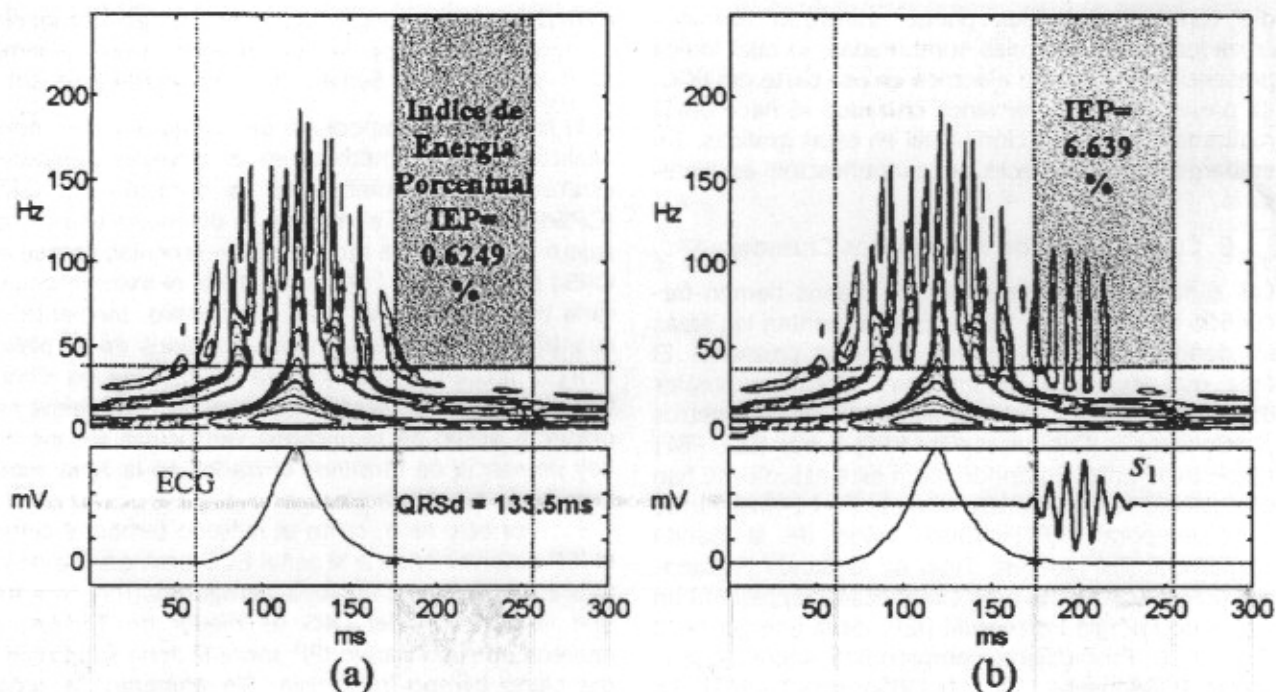


Figura 12.- (a) Señal ECG promediada de un sujeto sano (ECG) y su respectivo Plano Tiempo-Frecuencia obtenido con la Distribución Choi-William. El área sombreada no muestra términos cruzados debido a la ausencia de actividad tardía de la Señal ECG Promediada. (b) Misma Señal ECG Promediada y su respectivo Plano Tiempo-Frecuencia obtenido con la Distribución Choi-Williams. Sobre el área sombreada se muestra que existe actividad tardía debido a la presencia de términos cruzados, mismos que son generados por los potenciales s_1 sumados en esta zona.

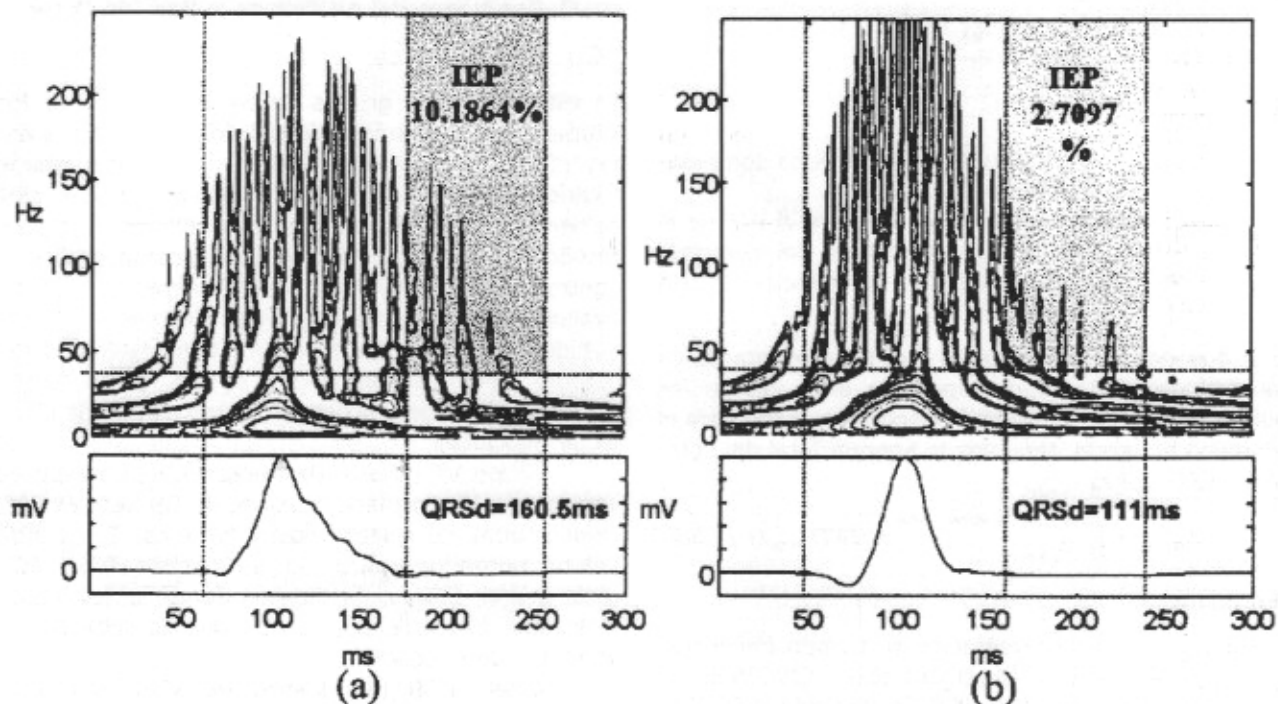


Figura 13.- (a) Señal ECG promediada de un caso Positivo Verdadero (PV) según el análisis temporal. El área sombreada sobre el plano Tiempo-Frecuencia obtenido con la distribución Choi-Williams presenta términos cruzados debido a la actividad tardía, determinando el caso también como PV. (b) Señal ECG promediada de un caso Falso Negativo (FN) según el método temporal. Sin embargo, la distribución Choi-Williams detecta actividad tardía debido a la presencia de términos cruzados en la porción terminal del QRS, determinando el caso como PV.

dia ventricular. Ambos planos muestran términos cruzados sobre las zonas sombreadas, lo cual indica presencia de actividad eléctrica en esa parte del ECG. La presencia de los términos cruzados se hace obvia realizando una inspección visual en estas gráficas. Sin embargo, muchas veces su cuantificación es necesaria.

B. Cuantificación de los Términos Cruzados

Las zonas sombreadas sobre los planos tiempo-frecuencia de las figuras 13(a y b) representan las áreas en donde se cuantifican los términos cruzados. El área está sujeta a dimensiones tanto temporales como frecuenciales, determinadas por los parámetros [QRSonset+T, (QRSonset+T)+PFT] y por [IBF, FBF] respectivamente. En donde, para este estudio, se han establecido los siguientes valores: T=114ms, Punto Final Temporal (PFT)=80ms, Inicio de la Banda Frecuencial (IBF)=40Hz, Final de la Banda Frecuencial (FBF)=250Hz. El área cuantificada representa un Índice de Energía Porcentual (IEP) de la energía de la Señal ECG Promediada comprendida sobre el segmento [QRSonset+114 ms, ORSonset+T+PFT]. En este caso se ha establecido una banda frecuencial de análisis de 40 a 250 Hz, dado que los términos cruzados empiezan a aparecer aproximadamente a partir de los 40 Hz, sobre la zona en donde se cuantifican, según el método del dominio temporal clásico.

Con la relación siguiente es posible obtener únicamente la energía para la zona sombreada del plano tiempo-frecuencia:

$$IEP = \frac{(E_{SECGP_r})(100\%)}{E_{SECGP}}$$

En donde:

E_{SECGP_r} es la energía cuantificada en la zona sombreada sobre el PTF de la CHWD.

E_{SECGP} es la energía total calculada sobre el PTF de la CHWD, que se registra dentro del complejo QRS, para toda la banda frecuencial (0-250 Hz).

Sustituyendo la ecn. (5) en la ecn. (6) presentadas en el sub-apartado A1 del apartado III, y dando los límites tanto para el dominio frecuencial como para el dominio temporal, tenemos la Energía Total del complejo QRS como:

$$E_{SECGP} = \int_0^{250} \int_{QRSonset}^{(QRSonset+114ms)+80ms} CHWD_{SECGP}(t, f) dt df$$

En donde:

$CHWD_{SECGP}$ es la representación en tiempo-frecuencia generada por la Distribución Choi-Williams aplicada a la Señal ECG Promediada (SECGP).

Para la Energía Parcial tenemos:

$$E_{SECGP_r} = \int_{40}^{250} \int_{QRSonset+114ms}^{(QRSonset+114ms)+80ms} CHWD_{SECGP}(t, f) dt df$$

En donde:

$CHWD_{SECGP}$ es la representación en tiempo-frecuencia generada por la Distribución Choi-Williams aplicada a la Señal ECG Promediada (SECGP).

Si la señal ECG promediada de la figura 12(a) fuera analizada por el método en el dominio temporal estableciendo un umbral en la duración del QRS (QRSd) de 114ms, el método la diagnosticaría como sujeto con riesgo de taquicardia ventricular, ya que el QRSd es mayor de 114ms. Es decir, el método generaría un Falso Positivo (FP). En cambio, mediante la cuantificación de los términos cruzados en el plano tiempo-frecuencia que genera la distribución Choi-Williams, el IEP detectaría que el sujeto realmente no presenta riesgo de taquicardia ventricular, ya que no hay presencia de términos cruzados en la zona sombreada de cuantificación.

Por otro lado, tanto el método temporal como el IEP determinarían a la señal ECG promediada de la figura 13(a) como Positivo Verdadero (PV); puesto que la duración del QRS es mayor de 114ms, y aparece un significativo IEP sobre la zona sombreada del plano tiempo-frecuencia. Sin embargo, la señal ECG promediada de la figura 13(b) sería diagnosticada como Falso Negativo (FN) por el método temporal, ya que su QRSd es menor a los 114ms. En cambio, el IEP la detectaría como Positivo Verdadero (PV), ya que se detectan los suficientes términos cruzados sobre la zona sombreada correspondiente al final del QRS.

C. Resultados del Análisis de la Base de Datos

C.1. Base de Datos

Se estudiaron dos grupos de pacientes. Uno de los grupos está constituido por individuos que han sufrido infarto de miocardio. Tras el infarto presentaron taquicardia ventricular espontánea. Ninguno de estos pacientes mostró bloqueo de rama. Otro grupo constituido por sujetos sanos se utilizó como grupo de control. Estos individuos fueron sometidos a una evaluación de riesgo de arritmias después de haber sufrido algún tipo de desmayo. Los resultados del estudio electrofisiológico que se les realizó fueron normales sin haber encontrado signo alguno de infarto de miocardio.

Grupo VT (Infarto de Miocardio con riesgo de Taquicardia Ventricular). Consiste de 59 Señales ECG Promediadas de sujetos post-infartados. Estos individuos fueron ingresados por el *Veterans Affairs Medical Center*, Oklahoma City, en donde se les realizó el estudio electrofisiológico después de sobrevenido el infarto de miocardio.

Grupo LAR (Sin Infarto de Miocardio, Bajo Riesgo de Taquicardia Ventricular). Consiste de 73 Señales ECG Promediadas tomadas de sujetos que no se les diagnosticó ningún signo de infarto de miocardio previo. El estudio electrofisiológico fue también realizado en el *Veterans Affairs Medical Center*, Oklahoma City.

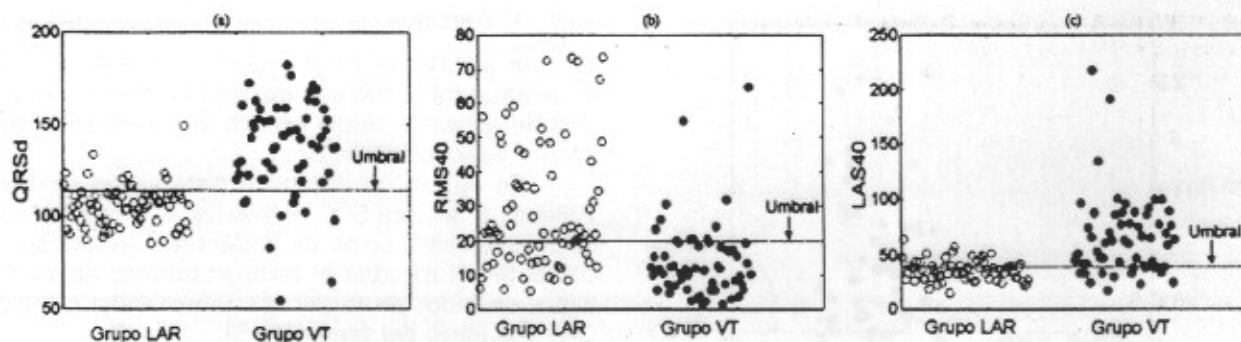


Figura 14.- (a) Valores de los índices QRSd, (b) RMS40, (c) LAS40, para cada grupo de pacientes. La línea discontinua indica el valor umbral de cada caso.

C.1.1. Adquisición de la Base de Datos

Se adquirieron registros ECG ortogonales bipolares de alta resolución (16 bits) de las derivaciones X, Y e Z. Las derivaciones fueron adquiridas mediante el sistema PREDICTOR SAECG de la casa *Corazonix Corp.* en Oklahoma City. Se utilizó una frecuencia de muestreo de 2KHz. Con el promediado de la señal se logró situar el nivel de ruido por debajo de 0.4µV en valor RMS para los dos grupos. La medición del ruido se efectuó sobre el segmento ST del vector magnitud filtrado en pasa-alto a 40 Hz.

C.2. Resultados del Método del Dominio Temporal Clásico

Con el objeto de tener un marco de comparación de los resultados del análisis cuando se aplica la distribución de Choi-Williams, a continuación primero se presentan los resultados obtenidos con el método del dominio temporal clásico al analizar la base de datos de los 132 sujetos, a la cual llamaremos LAR-VT.

Se ha aplicado el método del dominio temporal clásico a la base de datos LAR-VT. El análisis está basado en el estudio del vector magnitud empleando el filtrado bi-direccional paso-alto de acuerdo a las normas del método de Simson [4].

La *Task Force Committee de la European Society of Cardiology, la American Heart Association y la American College of Cardiology*, recomiendan realizar la cuantificación de los parámetros QRSd, RMS40 y LAS40 sobre el vector magnitud filtrado en paso-

alto a 40Hz para la detección de potenciales tardíos. Llamaremos a estos parámetros, índices MT-RMS40, MT-LAS40 y MT-QRSd respectivamente (índices del Método Temporal). El inicio del QRS (QRSet) y el final del QRS (QRSoffset) se detectaron utilizando el sistema PREDICTOR SAECG de *Corazonix Corp.*, Oklahoma City. Los valores de umbral para cada parámetro se establecieron según los estándares [35], i.e., $RMS40 < 20\mu V$, $LAS40 \geq 38ms$ y $QRSd > 114ms$.

La Tabla I muestra los valores de predicción que se obtienen al usar los umbrales estándar en la detección de riesgo arritmico para ambos grupos. Se puede ver que el porcentaje total de casos correctamente clasificados (EX) es marcadamente mayor para el índice MT-QRSd con respecto a los dos índices MT restantes.

La figura 14 muestra gráficamente los valores de cada uno de los índices MT para cada uno de los grupos de la base de datos LAR-VT. Los círculos transparentes corresponden a los sujetos del grupo de control LAR, y los sólidos corresponden a los pacientes infartados del grupo VT. La línea discontinua señala el umbral del respectivo índice MT.

C.2. Resultados del Método Mediante los Términos de Interferencia de Choi-Williams

En los sub-apartados que acabamos de ver, se estudió la posibilidad de detectar actividad tardía ventricular cuantificando los términos cruzados que el kernel de Choi-Williams no es capaz de eliminar sobre el plano tiempo-frecuencia. Los términos cruzados

ÍNDICES MT	GRUPO LAR (n=73)			UMBRAL	GRUPO VT (n=59)			TOTAL (n=132)	
	FPS	NVs	ES(%)		FNS	PVs	SE(%)	DET	EX(%)
MT-QRSd	11	62	84.93	114 ms	10	49	83.05	111	84.09
MT-RMS40	28	45	61.60	20 µV	11	48	81.40	93	70.45
MT-LAS40	27	46	63.00	38 ms	13	46	78	92	69.70

MT = método temporal; QRSd = duración del QRS; RMS40 = valor RMS de los últimos 40 ms; LAS40 = duración de la amplitud por debajo de los 40 µV para la porción terminal del QRS; LAR= grupo de bajo riesgo arritmico; VT = grupo de alto riesgo arritmico; FPS = falsos positivos; NVs = negativos verdaderos; ES= porcentaje de casos no-patológicos correctamente clasificados; FNS = falsos negativos; PVs = positivos verdaderos; SE = porcentaje de casos patológicos correctamente clasificados; DET = total de pacientes correctamente detectados; EX = porcentaje total de casos correctamente clasificados; Total = total de pacientes analizados.

Tabla I.- Valores predictivos para los índices del método del dominio temporal clásico, al analizar la base de datos LAR-VT descrita en el sub-apartado C1 del apartado IV. En la tabla se nota que el índice MT-QRSd es el más significativo de los tres, ya que el número total de pacientes correctamente detectados (DET) es mayor para este índice.

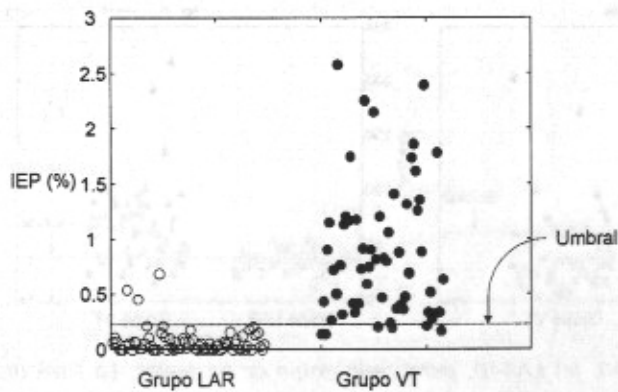


Figura 15.- Valores del IEP para cada grupo de pacientes. La línea discontinua representa el umbral que separa los negativos verdaderos de los falsos positivos para el grupo LAR, y los positivos verdaderos de los falsos negativos para el grupo VT.

94

que se cuantificaban aparecían en la porción final del complejo QRS, sobre la zona espectro-temporal de dimensiones [QRSonset+T, QRSonset+ +PFT, IBF, FBF]. También se definió un Umbral de Volumen de Cuantificación (UVC). La energía cuantificada se medía como un Índice de Energía Porcentual (IEP) sobre la energía de la señal comprendida desde el punto QRSonset hasta el punto QRSonset+T+PFT, para toda la banda frecuencial de 0-250 Hz. A este índice lo llamaremos índice CHWD-IEP.

Los valores de los parámetros para el análisis de la base de datos LAR-VT fueron: T=114ms, Punto Final Temporal (PFT)=80ms, Inicio de la Banda Frecuencial (IBF)=40Hz, Final de la Banda Frecuencial (FBF)=240Hz, y el UVC=0.00015 %. El QRSonset se detectó mediante el sistema PREDICTOR SAECG de *Corazonix Corp.*

En la Tabla II se muestran los valores predictivos que se produjeron al establecer un umbral del 0.22 % en el IEP como criterio de clasificación. Es decir, todo paciente analizado que presentara un IEP mayor del 0.22% se consideró como propenso a sufrir taquicardia ventricular. En la tabla se puede ver que el análisis detectó 70 sujetos no propensos a desarrollar taquicardia ventricular (NVs) del grupo LAR y 53 pacientes propensos a desarrollar taquicardia ventricular (PVs) del grupo VT. Por tanto, se han detectado 123 casos auténticos (DET) de un total de 132 pacientes analizados. En la tabla se muestra también el valor porcentual de los casos correctamente clasificados del grupo LAR (SE), del grupo VT (ES) y el porcentaje total de casos correctamente clasificados (EX).

La figura 15 muestra los IEP para ambos grupos de pacientes. Los círculos transparentes representan los IEP calculados en cada paciente del grupo LAR, y los círculos sólidos representan los IEP respectivos a cada paciente del grupo VT. La línea discontinua indica el umbral del IEP establecido.

V. DISCUSIÓN

En este estudio se ha propuesto pronosticar riesgo de taquicardia ventricular maligna mediante la detección de actividad tardía ventricular, empleando para ello un método indirecto.

Se aplicó la función de distribución de Choi-Williams a Señales ECG promediadas tomadas tanto de sujetos sanos como de pacientes post-infartados, con el fin de estudiar el comportamiento de los términos cruzados en la porción terminal del complejo QRS y al inicio del segmento ST.

Al aplicar la función de distribución a las señales ECG de pacientes infartados, se observó en la mayor parte de los casos, producción de términos cruzados en el plano tiempo-frecuencia sobre la porción terminal del complejo QRS. En cambio, al analizar los ECG de sujetos sanos, la producción de términos cruzados en el plano tiempo-frecuencia sobre la porción final del complejo QRS fue mucho muy pobre en la mayor parte de los casos analizados.

La producción de los términos cruzados en la porción terminal del QRS, se asoció a la presencia de potenciales tardíos ventriculares.

Se cuantificó la producción de los términos cruzados únicamente en la porción terminal del QRS y sobre el inicio del segmento ST. La porción terminal del QRS considerada fue a partir del punto QRSonset+114ms, ya que el método del dominio temporal clásico mide sus índices en la porción más allá de los 114ms. La banda de frecuencias considerada en la cuantificación se estableció de 40 a 250 Hz, que es la banda en donde también el método del dominio temporal cuantifica sus índices.

La cantidad de pacientes correctamente clasificados fue marcadamente superior a la del método del dominio temporal clásico (i.e., 111 y 123 respectivamente).

Las principales ventajas del método son:

1. Mayor facilidad en la detección de los Potenciales Tardíos Ventriculares. Esto es debido a que los términos cruzados producidos por el par de términos de señal de Potenciales Tardíos Ventriculares y los términos de señal de los componentes ECG de altas amplitudes, siempre serán de mayor amplitud que los propios Potenciales Tardíos Ventriculares.
2. La cuantificación de los términos cruzados representa la presencia de actividad energética que los Potenciales Tardíos Ventriculares generan sobre el Plano Tiempo-Frecuencia de la Distribución de Choi-Williams. Por lo tanto, se estará cuantificando la presencia de Potenciales Tardíos Ventriculares en Señales ECG Promediadas de una forma indirecta, ya que no se cuantifica la energía que los Potenciales Tardíos producen, sino los términos cruzados que éstos generan.
3. Dado que las amplitudes de los Potenciales Tardíos Ventriculares son mucho muy pequeñas, el detectarlos y cuantificarlos con técnicas

GRUPO LAR (n=73) IEP = 0.75 ± 1.17			UMBRAL (%)	GRUPO VT (n=59) IEP = 8.68 ± 6.12			TOTAL (n=132)	
FPS	NVs	ES(%)		FNS	PVs	SE(%)	DET	EX(%)
3	70	95.89	≤ 0.22	6	53	89.93	123	93.18

LAR= grupo de bajo riesgo arritmico; VT = grupo de alto riesgo arritmico; FPS = falsos positivos; NVs = negativos verdaderos; ES= porcentaje de casos no-patológicos correctamente clasificados; FNs = falsos negativos; PVs = positivos verdaderos; SE = porcentaje de casos patológicos correctamente clasificados; DET = total de pacientes correctamente detectados; EX = porcentaje total de casos correctamente clasificados; IEP = umbral del índice de energía porcentual; Total = total de pacientes analizados.

Tabla II.- Valores predictivos obtenidos con el método de los términos de interferencia de la distribución de Choi-Williams. El total de pacientes correctamente detectados (DET) es superior al del método del dominio temporal clásico (i.e. 11 y 123 respectivamente).

indirectas, se evitan las complicaciones que presentan los métodos clásicos de análisis.

Los resultados del estudio demuestran la posibilidad de emplear los términos cruzados de la Distribución Choi-Williams como método indirecto en la predicción de riesgo de taquicardia ventricular maligna en pacientes post-infartados.

Las pruebas con otras bases de datos para determinar el umbral del índice de Energía Porcentual (IEP) óptimo, y las pruebas para determinar el mejor valor para el Umbral de Volumen de Cuantificación UVC, están consideradas como extensiones futuras de este trabajo de investigación.

VI. CONCLUSIONES

El estudio de las anomalías de conducción ventricular es un tema abordado por muchos investigadores, dado que aún no se ha encontrado un marcador fisiológico que pronostique de manera óptima el riesgo de taquicardia ventricular maligna. El trabajo que se ha presentado en este reporte, es un trabajo que pretende abrir nuevas líneas de investigación, en cuanto a la búsqueda de nuevos factores que indiquen el riesgo de taquicardia ventricular maligna desde una perspectiva diferente a la convencional. La mayoría de los métodos enfocan toda su atención en tratar de detectar los potenciales ventriculares anormales con técnicas directas. En esta investigación, en cambio, se proponen nuevas ideas para detectar la misma actividad ventricular anormal, pero empleando para ello, técnicas que son totalmente indirectas. Es decir, no se detectan los potenciales anormales del complejo QRS, sino los efectos que producen los potenciales anormales del QRS sobre los términos de interferencia. Por ejemplo, la producción de términos cruzados en zonas del plano tiempo-frecuencia en donde no deberían existir en condiciones normales. En este trabajo de investigación, también se estudiaron métodos directos (método del dominio temporal) para la detección de riesgo de taquicardia ventricular, y se compararon con el método indirecto (distribución de Choi-Williams). Se llegó a la conclusión, sobre la base de los resultados que se obtuvieron mediante las pruebas del análisis de la base de datos descrita en el sub-apartado C.1, que el método indirecto estudia-

do, genera resultados predictivos más prometedores que el método directo.

El método que aquí se ha estudiado, al igual que sus resultados, están sujetos todavía a nuevas pruebas con más bases de datos, para estudiar sus variaciones ante la combinación de los índices que se determinaron.

Los métodos indirectos podrían abrir una nueva línea de investigación en la detección de riesgo de taquicardia ventricular en pacientes post-infartados, sin embargo la idea puede hacerse extensiva al estudio de otra clase de señales fisiológicas.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. P Lander, por haber cedido las 132 señales ECG promediadas.

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el programa TIC97-0945-C02-01 CICYT, España.

REFERENCIAS

- World Health Statistics Annual, WHO, Geneva, 1991, 1992, 1993, 1994.
- Gomis P.R. "Análisis de AIQP en la predicción de eventos arritmicos" En tesis doctoral: Caracterización de Potenciales Anormales Intra-QRS en el ECG de Alta Resolución: Aplicación en la Evaluación de Cardiopatías, Inst. de Cibernética (UPC), Barcelona, Sept. 1996.
- Breithardt G, Becker R, Seipel L, Abendroth R.R, Ostermeyer J. "Noninvasive detection of Late Potentials in man-a new marker for ventricular tachycardia" Eur. Heart J, 1981; 2: 1-11.
- Simson MB. "Use of signals in the terminal QRS complex to identify patients with ventricular tachycardia after myocardial infarction" Circulation, 1981; 64: 235-42.
- Cain ME, Ambos HD, Witkoski FX, Sobel BR. "Fast-Fourier Transform analysis of signal-averaged electrocardiograms for identification of patients prone to sustained ventricular tachycardia" Circulation, 1984; 69:711.
- Haberl R, Jilge G, Pulter R, Steinbeck G. "Comparison of frequency and time domain analysis of the signal-averaged electrocardiogram in patients with ventricular tachycardia and coronary artery disease: methodologic validation and clinical relevance" J Am Coll Cardiol, 1988; 12(1): 150-8.
- Machac J and Gomes AJ. "Frequency Domain Analysis" En: Gomes AJ, editor, Signal Averaged Electrocardiography, Kluwer Academic Publishers (USA), 1993: 81-123.

- 8.- Haberl R, Jilge G, Pulter R, Steinbigler P, Steinbeck G. "Spectrotemporal mapping of the surface ECG for detection of ventricular late potentials" En: Gomes AJ, editor, *Signal Averaged Electrocardiography*, Kluwer Academic Publishers (USA), 1993: 125-36.
- 9.- Haberl R, Tigel CA, Pulter R, Steinbeck G. "Spectral mapping of the electrocardiogram in the Fourier Transform for identification of patients with sustained ventricular tachycardia and coronary artery disease" *Eur Heart J*, 1989; 10:316.
- 10.- Malik M, Kulakowski P, Poloviccki J et al. "Frequency versus time domain analysis of signal averaged electrocardiograms. I. Reproducibility of the results" *J Am Coll Cardiol*, 1992; 20:127.
- 11.- Daubechies I. *Ten Lectures on Wavelets*, SIAM (Filadelfia), 1992.
- 12.- Riol O, Vetterli M. *Wavelets and Signal Processing* IEEE Signal Processing Magazine, vol.8, no. 4, October 1991, pp. 14-38.
- 13.- Hlawatsch F, Boudreaux-Bartels G.F. "Linear and Quadratic Time-Frequency Signal Representations" IEEE SP Magazine, 1992, 21-67.
- 14.- Cohen L. "The Wigner Representation" En: *Time Frequency Analysis*, Prentice Hall PTR, 1995: 113-135.
- 15.- Meste O, Rix H, Caminal P, Thakor V. "Ventricular Late Potentials characterization in Time-Frequency domain by means of a wavelet transform" *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 41, July 1994, pp. 625-634.
- 16.- Bianchi AM, Albertinazzi M, Lombardi F, Cerutti S. "Detection and Frequency Characterization of Ventricular Late Potentials Through Wavelet Transform" *IEEE Comp. in Cardiol*. 1995.
- 17.- Tuteur F. "Wavelet transformations in signal detection" En: J. Combes, A. Grossman, y P. Tchamitchian, editores, *Wavelets: Time-Frequency Methods and Phase Space*, Springer-Verlag (New York), 1989: 132-137.
- 18.- Morlet D, Peyrin F, Desseigne P, Touboul P, Rubel P. "Time scale analysis of high resolution signal-averaged surface ECG using wavelet transformation" En: Murray and Arzbaecher, editores, *Computers in Cardiology*, 1991; 83: 1637-48.
- 19.- Rubel P, Courdec J. Ph., Morlet D., Fayn J., Peyrin F, and Touboul P. "Spectral analysis of high-resolution ECGs" En: Moss A.J. y Stern S, editores, *Noninvasive Electrocardiology, Clinical Aspects of Holter Monitoring*, Saunders (London), 1995: 291-314.
- 20.- Reyna M.A., Jané R, Caminal P. "Analysis of Late Potentials Using the Interference Terms of the Wigner Distribution" *Proc 18th Annual Int Conf IEEE-EMBS*, 1996; 279-280.
- 21.- Reyna M.A., Jané R. "Detection of Ventricular Tachycardia Risk by means of the Wigner Distribution's Interference Terms from the High Resolution ECG" *Computers in Cardiology*, (Suecia) 1997; 8-11.
- 22.- Wigner E.P. "On the Quantum Correction for thermo-Dynamic Equilibrium" *Physics Review*, 1932; 40:749-759.
- 23.- Ville J. "Théorie et Applications de la Notion de Signal Analytique" *Câbles et Transmission*, 1948; 2A:61-74.
- 24.- Cohen L. "Time-Frequency Distributions-A Review" *Proc of the IEEE*, 1989; 77(7).
- 25.- W.D. Mark, "Spectral Analysis of the convolution and filtering of non-stationary stochastic proceses" *Jour. Sound Vib.*, 1970; 11: 19-63.
- 26.- Cohen L., "Further Developments" *Time Frequency Analysis*, Prentice Hall PTR (USA), 1995: 178-197.
- 27.- Picinbono B. and Martin W. "Représentation des signaux par amplitude et phase instantanées," *Ann. Télécommun.*, 1983; 38: 179-190.
- 28.- Claasen T. A. C. M. and Mecklenbräuker W. F. G. "The Wigner distribution: A tool for time frequency signal analysis" *Philips J. Res.*, 1980; 35: 217-250, 276-300, 372-389.
- 29.- H.I. Choi and W.J. Williams, "Improved time-frequency representation of multicomponent signals using exponentials kernels," *IEEE Trans. On Acoust., Speech, Signal Processing*, 1989; 37: 862-871.
- 30.- T.A.C.M. Claasen and W.F.G. Mecklenbräuker "The Wigner distribution - A tool for time-frequency signal analysis - Part III: Relations with other time-frequency signal transformations," *Philips Jour. Research.*, 1980; 35: 372-389.
- 31.- L. Cohen, "Generalized phase-space distribution functions" *Jour. Math. Phys.*, 1966; 7: 781-786.
- 32.- Bronzino J. D., (Ed), *The Biomedical Engineering Handbook*, CRC PRESS, IEEE PRESS, 1995.
- 34.- Flandrin P. "Représentations Temps-fréquence des Signaux Non-stationnaires" *Thèse Doct. Etat*, Institut National Polytechnique de Grenoble (Francia), 1987.
- 35.- Breithardt G, Cain M, El-Sherif N, Flowers N, Hombach V, Janse M, Simon M, and Steinbeck G. "Standards for analysis of ventricular late potentials using high-resolution signal-averaged electrocardiography. A joint statement" *Task Force comitee of the European Society of Cardiology, the American Heart Association and the American College of Cardiology. J. Am. Coll. Cardiol.*, 1991; 17: 999-1006.